Problemario

Nombre del Alumno Sanchez perez Elias Jsohua

Nombre del tema Problemario

Parcial Segundo

Nombre de la Materia Geometría Analítica

Nombre del profesor Ing. Juan Jose Ojeda Trujillo

Bachillerato en Recursos Humanos

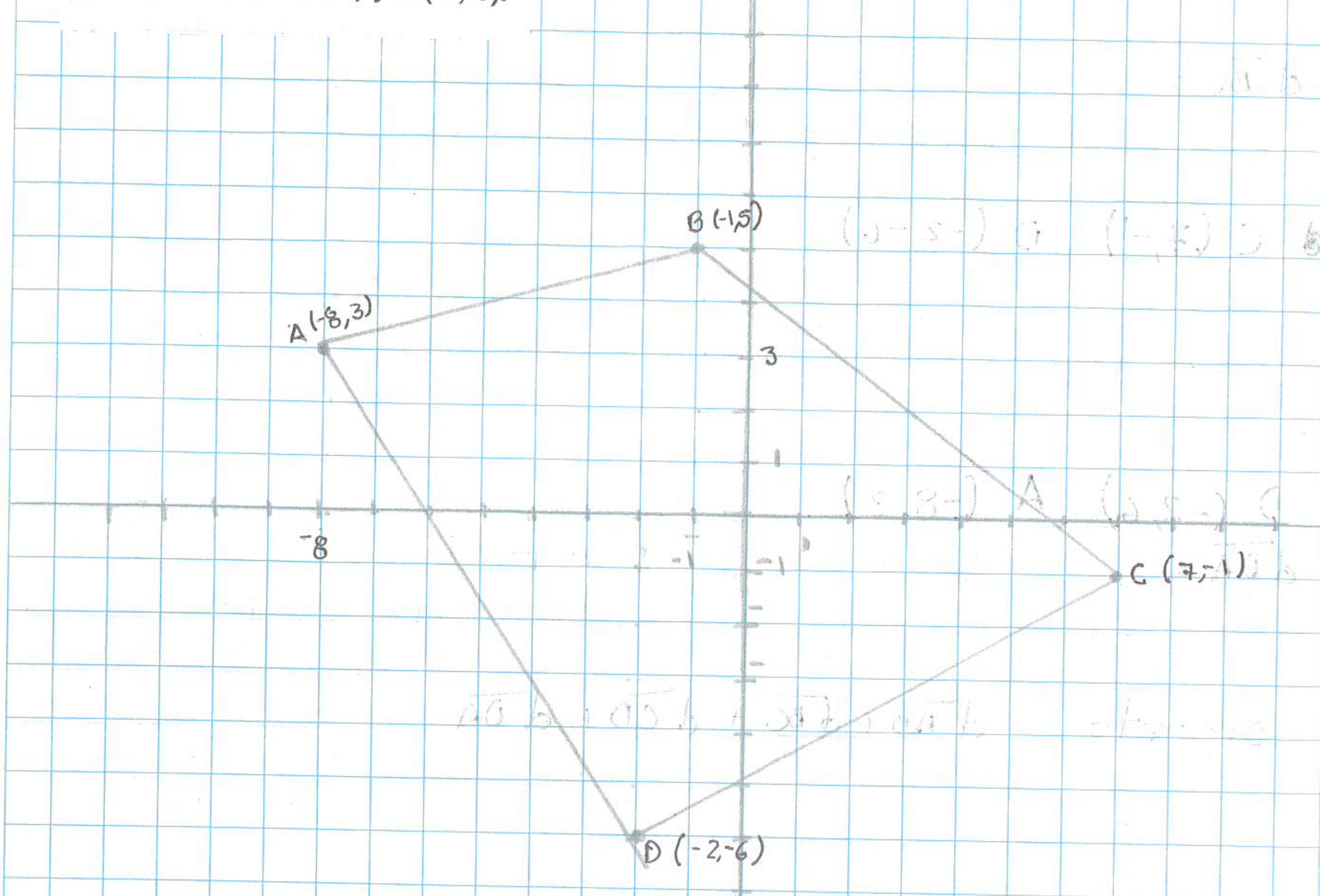
Semestre: Tercer

Nombre: PROBLEMARIO

RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS Y REPÓRTALOS CON EL FORMATO INSTITUCIONAL.

1.- Hallar el área, perímetro y semiperímetro del polígono si las coordenadas de sus vértices son:

A (-8,3) B (-1,5) C (7,-1) y D (-2,-6).



para el area =

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -2 & -6 \\ 7 & -1 \\ -1 & 5 \\ -8 & 3 \end{vmatrix} = (-8)(-6)+(-2)(-1)+(7)(5)+(-1)(3)-(-2)(3)-(7)(-6)-(-1)(-1)-(-8)(5)$$

$$= 48+2+35-3+6+42-1+40$$

$$= 169 \times \frac{1}{2} = 84.5$$ unidades cuadradas

para el perímetro.

A $(\overset{x_1}{-8}, \overset{y_1}{3})$ y B $(\overset{x_2}{-1}, \overset{y_2}{5})$

$$d\,\overline{AB} = \sqrt{(-1-(-8))^2+(5-3)^2} = \sqrt{(-1+8)^2+(2)^2}$$

$$d\,\overline{AB} = \sqrt{(7)^2+4} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53} = 7.28$$

B $\overset{x_1}{(-1}, \overset{y_1}{5)}$ C $\overset{x_2}{(7}, \overset{y_2}{-1)}$

$d\,\overline{BC} = \sqrt{(7-(-1))^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{(7+1)^2 + (-6)^2}$

$d\,\overline{BC} = \sqrt{(8)^2 + 36} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

C $\overset{x_1}{(7}, \overset{y_1}{-1)}$ D $\overset{x_2}{(-2}, \overset{y_2}{-6)}$

$d\,\overline{CD} = \sqrt{(-2-7)^2 + (-6-(-1))^2} = \sqrt{(-9)^2 + (-6+1)^2}$

$d\,\overline{CD} = \sqrt{81+25} = \sqrt{106} = 10.29$

D $\overset{x_1}{(-2}, \overset{y_1}{6)}$ A $\overset{x_2}{(-8}, \overset{y_2}{3)}$

$d\,\overline{DA} = \sqrt{(-8-(-2))^2 - (3-(-6))^2} = \sqrt{(-8+2)^2 + (3+6)^2}$

$d\,\overline{DA} = \sqrt{(-6)^2 + (9)^2} = \sqrt{36+81} = \sqrt{117} = 10.81$

perimetro $= d\,\overline{AB} + d\,\overline{BC} + d\,\overline{CD} + d\,\overline{DA}$

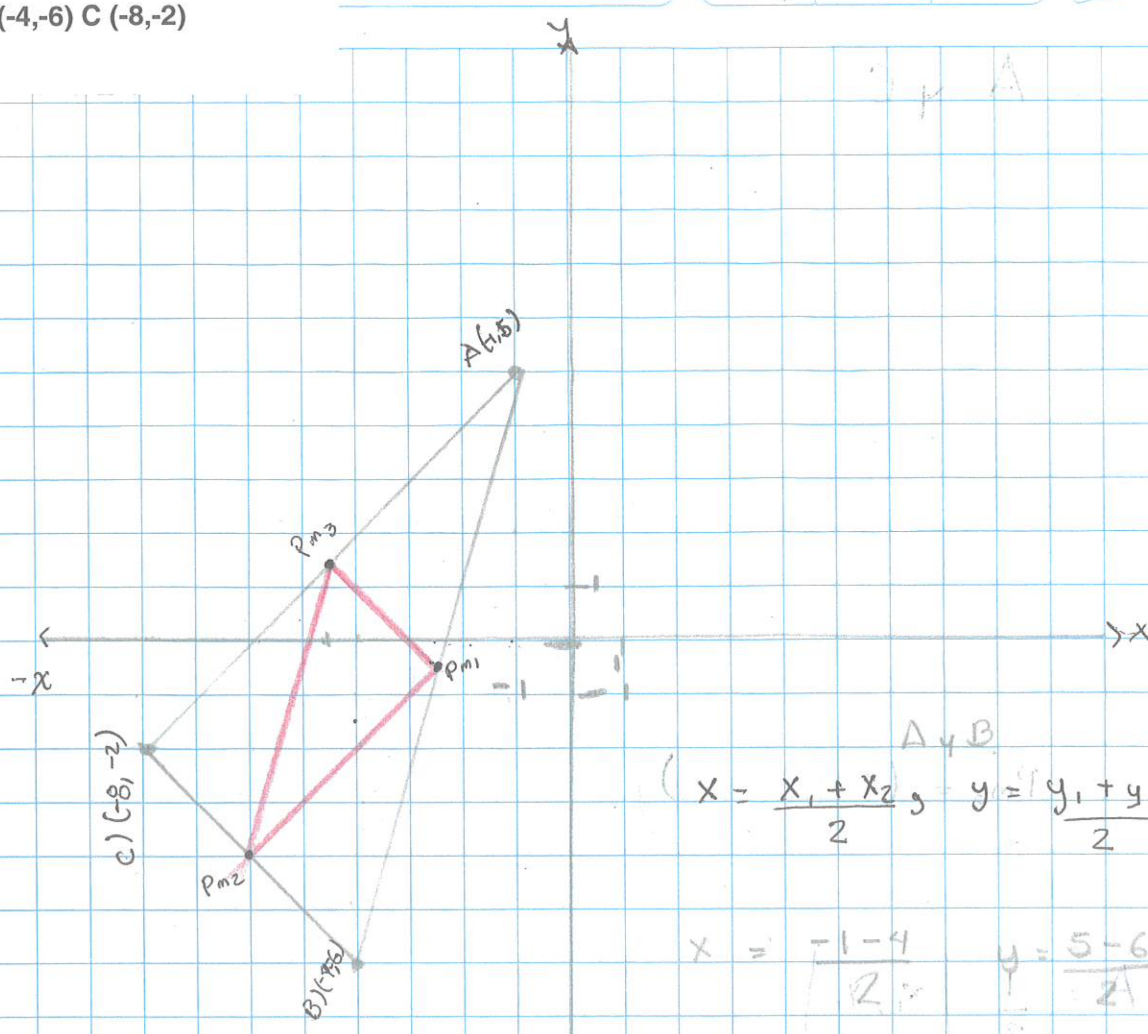
perimetro $= 7.28 + 10 + 10.29 + 10.81$

$= 38.38$ unidades

Semiperimeto $= \frac{38.38}{2} = 19.19$ unidades

2.- Demuestra que las rectas que unen los puntos medios de los lados de un triángulo cuyos vértices son: dividen a dicho triangulo en cuatro triángulos de áreas iguales.

A (-1,5) B (-4,-6) C (-8,-2)



A y B

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x = \frac{-1-4}{2} \qquad y = \frac{5-6}{2}$$

$$x = \frac{-5}{2} \qquad y = \frac{-1}{2}$$

$$x = -2.5 \qquad y = 0.5$$

$Pm_1 (-2.5, -0.5)$

$A_1 = 7$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2.5 & -0.5 \\ -6 & -4 \\ -4.5 & 1.5 \\ -2.5 & -0.5 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} (10 - 9 + 2.25 - 3 - 18 + 3.75)$$

$A = -7$

$A_i = 7$ unidades cuadradas

B y C.

$$x = \frac{-4-8}{2} \qquad y = \frac{-6-2}{2}$$

$$x = \frac{-12}{2} = -6 \qquad y = \frac{-8}{2}$$

$Pm_2 (-6, -4) \qquad y = -4$

A y C

$X = \frac{X_1 + X_2}{2}$ $Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$

$X = \frac{-1 - 8}{2}$ $Y = \frac{5 - 2}{2}$

$X = -\frac{9}{2}$ $Y = \frac{3}{2}$

$X = -4.5$ $Y = 1.5$

$P_{m_3} = (-4.5, 1.5)$

$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1, & y_1 \\ x_2, & y_2 \\ x_3, & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$ $P_{m_1} (-2.5, -0.5)$
$P_{m_3} (-4.5, 1.5)$

$A \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -2.5 & -0.5 \\ -4.5 & 1.5 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$

$A = \frac{1}{2} (0.5 - 3.75 - 22.5 + 12.5 - 2.25 + 1.5)$

$A = -7$

$A = 7$ unidades cuadrados

P_{m_2} $(-6, -4)$
C $(-8, -2)$
P_{m_3} $(4.5, 1.5)$

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & -4 \\ -8 & -2 \\ -4.5 & 1.5 \\ -6 & -4 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}(12 - 12 + 18 - 32 - 9 + 9)$$

$$A = -7$$

$$\boxed{A = 7\ u^2}$$

P_{m_2} $(-6, -4)$
P_{m_1} $(-2.5, -0.5)$
B $(-4, -6)$

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & -4 \\ -2.5 & -5 \\ -4 & -6 \\ -6 & -4 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}(-3 + 15 + 16 - 10 - 2 - 36)$$

$$A = -7$$

$$\boxed{A = 7\ u^2}$$

3.- El área de un triangulo es 3 unidades cuadradas; dos de sus vértices son los puntos A (3,1) y B (1, -3); este situado en el eje Y. Determina las coordenadas del vértice C.

el tercer vértice C

Calcular la longitud de la base AB.

$$d = \sqrt{(x^2 - x_i)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2}$$

$AB = 2$

(2) Calcular la ecuación de la recta que pasa por A y B

La pendiente de la recta AB es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{1-3} = \frac{-4}{-2} = 2$$

Usando la forma punto-pendiente de la ecuación de una recta:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = 2(x - 3)$$

$$y - 1 = 2x - 6$$

$$y = 2x - 5$$

La ecuación de la recta AB es

$$2x - y - 5 = 0$$

(3) Calcula la distancia del punto C al lado AB.

$$Area = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h$$

$$3 = \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot h$$

$$3 = \sqrt{5}\, h$$

$$h = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

4 Calcular las coordenadas del punto C,

El punto C está en el eje de las y, sus coordenadas son $(0, y)$.

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \left| \frac{2(0) - y - 5}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-y - 5}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} = |-y - 5|$$

$$3 = |-y - 5$$

2 posibles soluciones

$$-y - 5 = 3 \quad o \quad -y - 5 = -3$$

Caso 1: $y - 5 = 3$

$-y = 8$

$y = -8$

Caso 2: $-y - 5 = -3$

$-y = 2$

$y = -2$

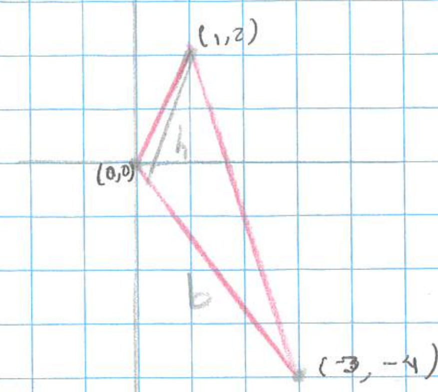
Por lo tanto las coordenadas del Punto C son $(0, -8)$, ó $(0, -2)$

4.- Hallar el área del triángulo cuyos vértices son A (0,0), B (1,2) y C (3.-4); compruebe el resultado por la formula de Heron para el área del triángulo en función de sus lados.

4.-

formula

$A = \frac{b \times h}{2}$



Distancia entre 2 puntos

$M(a_1, b_1) \quad N = (a_2, b_2)$

$d(M,N) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$

$b = \sqrt{(-3)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{25} = 5$

$y = mx$

$-y = m3$

$-\frac{4}{3} = m$

$y = \frac{4}{3}x$

$3y = -4x$

$3y + 4x = 0$

Distancia entre 1 punto y una recta.

$M = (m, n)$ y la recta: $L: ax + by + c = 0$

$$d(M, L) = \frac{|am + bn + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$h = \left| \frac{4(1) + 3(2)}{\sqrt{16 + 9}} \right|$$

$$h = \frac{10}{5}$$

$$h = 2$$

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{5 \times 2}{2}$$

$$A = \frac{10}{2}$$

$A = 5$ unidades cuadradas

5.- Hallar el área, perímetro y semiperímetro de la figura formada por los siguiente puntos: A(-3,3) B(4,2) c(7,7) D(-1,6)

1.- Calcular la longitud de cada lado de la figura

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

LADO AB

$d = \sqrt{(4-(-3))^2 + (2-3)^2} = \sqrt{(7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

$d = \approx 7.07$

LADO BC

$d_{BC} = \sqrt{(7-4)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{(3)^2 + (5)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$d = \approx 5.83$

LADO CD =

$d_{CD} = \sqrt{(-1-7)^2 + (6-7)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

$d = 8.06$

LADO DA:

$d_{DA} = \sqrt{(-3-(-1))^2 + (3-6)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4+9} =$

$d = \sqrt{13} = 3.61$

② Calcular perímetro.

$P = d_{AB} + d_{BC} + d_{CD} + d_{DA} =$

$\sqrt{50} + \sqrt{34} + \sqrt{65} + \sqrt{13}$

perímetro = 7.07 + 5.83 + 8.06 + 3.61

= 24.57

③ Semiperímetro = $\frac{\text{Perímetro}}{2}$

$= \frac{24.57}{2}$

$= 12.285$

④ el área del cuadrilátero.

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left|(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_4 + y_4 x_1)\right|$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left|((-3)(2) + (4)(7) + (7)(6) + (-1)(3)) - ((3)(4) + (2)(7) + (7)(-1) + (6)(-3))\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|(-6 + 28 + 42 - 3) - (12 + 14 - 7 - 18)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|(61) - (1)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|60\right| = 30$$

6.- **Hallar el área del triángulo cuyos vértices son: A(0,0) B(1,2) C(3,-4); comprueba el resultado con la formula de Heron**

Calcular el área del Δ usando la formula del determinante

Area =

$$\frac{1}{2} \left| x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B) \right|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| (0(2-(-4)) + 1(-4-0) + 3(0-2)) \right|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| 0 + (-4) + (-6)) \right|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| -10 \right|$$

$$\text{Area} = = \frac{1}{2} * 10 = 5$$

2 Calcular las longitudes de los lados del Δ

$$a = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2}$$

$$= \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$b = \sqrt{(x_C - x_B)^2 - (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} =$$

$$= \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

6-

$c = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2} = \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2} =$

$c = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Calcular el semiperimetro.

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 5}{2}$

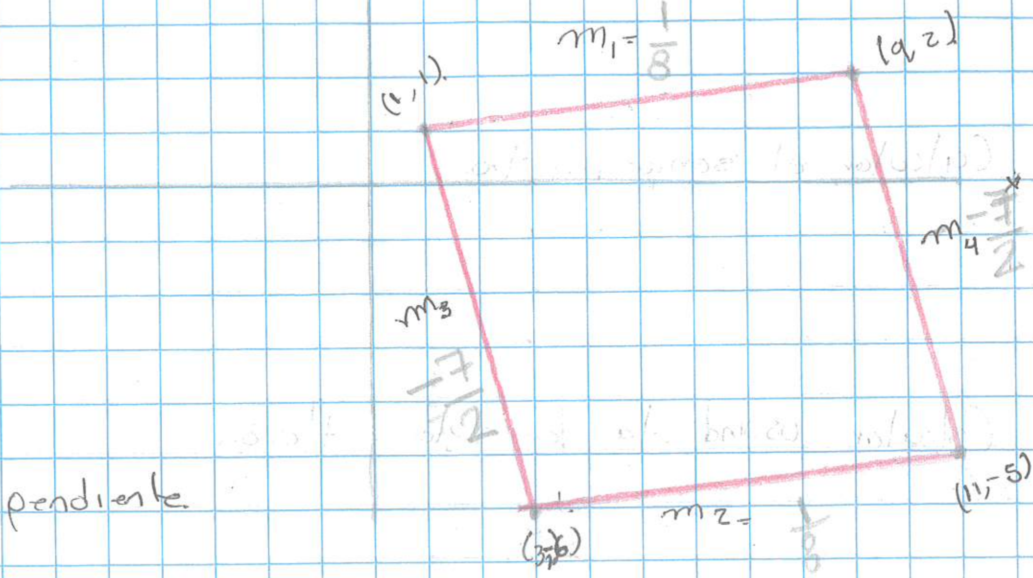
Calcular usand la formula Heron.

$Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$Area = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{10}+5}{2} \left(\frac{-\sqrt{5}+2\sqrt{10}+5}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{10}-5}{2}\right)}$

$Area = 5$

7.- Demuestra por medio de la pendiente que los puntos A (3,-6) B (11,-5) C (9,2) y D (1,1) son los vértices de un paralelogramo. **Dadas las siguientes ecuaciones, analiza las intersecciones con los ejes, la simetría y la gráfica:**



Calcular la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

AB = (3,-6) B(11,-5)

$$mAB = \frac{-5-(-6)}{11-3} = \frac{-5+6}{8} = \frac{1}{8}$$

$$mBC = \frac{2-(-5)}{9-11} = \frac{2+5}{-2} = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$$

$$m\,CD = \frac{1-2}{1-9} = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8}$$

$$m\,DA = \frac{-6-1}{3-1} = \frac{-7}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$mAB = mCD = \frac{1}{8}$$

$$mBC = mDA = -\frac{7}{2}$$

NOTA: LOS NUMEROS ENSEGUIDA DE LAS VARIABLES SON EXPONENTES

8.- x2 – y = 0

Paso 1 Identificar la ecuación

$x^2 - y = 0$

Despejar y

$y = x^2$

Esta es la ecuación de una parabola con vértice en el origen (0, 0). que se abre hacia arriba.

9.- 4x2 + 5y2 – 20 = 0

Paso 1 - $4x^2 + 5y^2 - 20 = 0$

Paso 2 Reorganizar la ecuacion.

$4x^2 + 5y^2 = 20$

Paso 3. Dividir por el termino constante

$$\frac{4x^2}{20} + \frac{5y^2}{20} = \frac{20}{20}$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Esta es la ecuación de un elipse con centro en el origen (0,0), con el eje mayor en el eje X.

10.- x2 – y2 = 16

Ecuación de una hiperbola.

Paso 1: $x^2 - y^2 = 16$

Paso 2 = $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = \frac{16}{16}$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Esta es la ecuación de una hiperbola con centro en el origen (0,0) que se abre hacia los lados (eje x).