UDS

PASIÓN POR EDUCAR

Nombre: Alberto bermudez Trujillo

Super nota

Plataforma

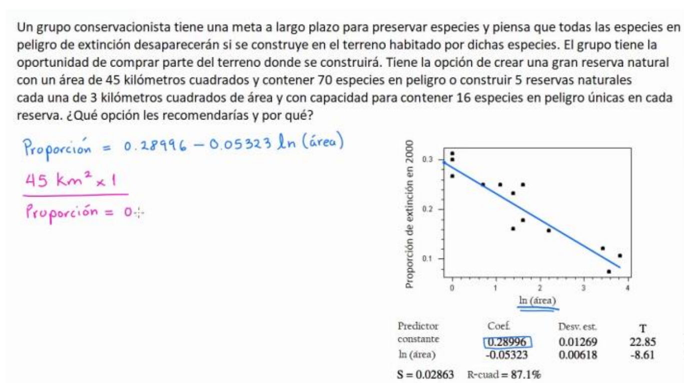
Profe : andres

📊 Súper Nota: Modelos de Regresión Lineal

4.5 El Modelo de Regresión Lineal

La regresión lineal es una técnica estadística utilizada para modelar la relación entre una **variable dependiente** y una o más **variables independientes**. Se representa mediante una ecuación lineal del tipo:

$$\mathbf{Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon}$$



Donde:

- **Y**: variable dependiente
- **X**: variable independiente
- $\boldsymbol{\beta_0}$: intercepto (ordenada al origen)
- $\boldsymbol{\beta_1}$: pendiente (efecto de X sobre Y)
- $\boldsymbol{\varepsilon}$: término de error aleatorio

Este modelo busca **explicar o predecir** el comportamiento de Y a partir de X, suponiendo que existe una relación lineal entre ellas.

4.5.1 Conceptos Básicos del Análisis de Regresión Lineal

- **Variable independiente (X)**: es la variable explicativa.
- **Variable dependiente (Y)**: es la variable que se desea predecir.
- **Coeficiente de regresión**: muestra el cambio promedio en Y por cada unidad que cambia X.
- **Error residual**: diferencia entre el valor observado y el valor estimado.
- **R^2 (Coeficiente de determinación)**: indica el porcentaje de variación de Y que se explica por X.

4.6 Hipótesis del Modelo de Regresión Lineal Clásico

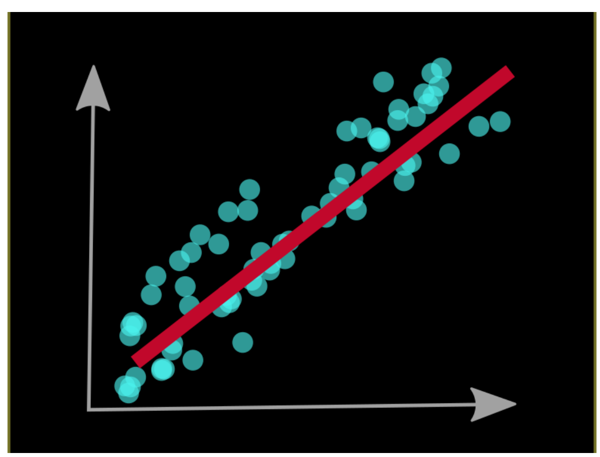
Para que el modelo sea válido, se deben cumplir ciertas **hipótesis fundamentales**:

1. **Linealidad**: la relación entre X y Y es lineal.
2. **Independencia de los errores**: los errores son independientes entre sí.
3. **Homoscedasticidad**: los errores tienen varianza constante.
4. **Normalidad de los errores**: los errores se distribuyen normalmente.
5. **No multicolinealidad**: las variables independientes no están correlacionadas entre sí (en el caso multivariado).

Estas hipótesis son esenciales para garantizar que los resultados del modelo sean confiables.

4.7 Tipos de Modelos de Regresión Lineal

- **Regresión lineal simple**: una variable independiente y una dependiente.
- **Regresión lineal múltiple**: varias variables independientes.
- **Regresión lineal ponderada**: se ajusta cuando los errores tienen diferente varianza.
- **Regresión polinomial**: aunque incluye potencias de X, se considera lineal en los parámetros.



4.8 Fórmulas de Regresión No Lineales

Los modelos no lineales no tienen una estructura lineal en los parámetros. Ejemplos comunes incluyen:

- **Y = a·e^(bX)** (modelo exponencial)
- **Y = aX^b** (modelo potencial)
- **Y = a / (1 + bX)** (modelo logístico)

Estos modelos se utilizan cuando la relación entre X y Y no es recta, sino curva. Se ajustan mediante técnicas específicas como la regresión no lineal o la transformación de variables.

4.9 Estimadores

Los **estimadores** son reglas o fórmulas que permiten calcular los valores aproximados de los parámetros del modelo. En regresión, los más comunes son:

- **Estimador de mínimos cuadrados ordinarios (OLS)**: estima los coeficientes que minimizan la suma de los errores al cuadrado.
- **Estimador de máxima verosimilitud (MLE)**: maximiza la probabilidad de observar los datos dados los parámetros.

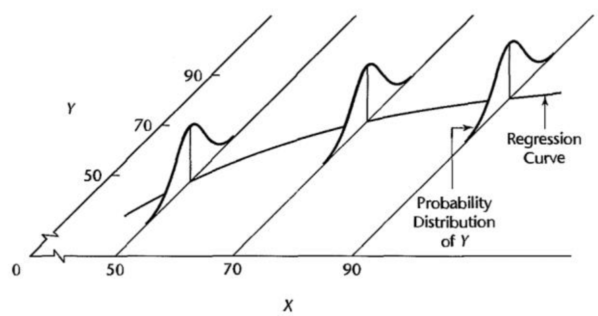
Un estimador es **insesgado** si, en promedio, estima correctamente el parámetro. También se valora su eficiencia (menor varianza posible).

4.10 Regresión Lineal por Covarianza

La regresión por **covarianza** analiza cómo varían dos variables conjuntamente. La fórmula base del coeficiente de regresión en este enfoque es:

β_1 = Cov(X,Y) / Var(X)

Este método permite entender cómo cambia Y en función de la variación de X, usando estadísticas descriptivas como la **covarianza** y la **varianza**.



4.11 Regresión Lineal por Mínimos C   uadrados

El método más común para ajustar una línea recta a un conjunto de datos es el de **mínimos cuadrados ordinarios (OLS)**. Este consiste en:

- Minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

Matemáticamente:

Minimizar $\sum (Yi - \hat{Y}i)^2$

Donde:

- **Yi**: valor observado
- **$\hat{Y}$i**: valor predicho

Este método garantiza los **mejores estimadores lineales insesgados (BLUE)** si se cumplen las hipótesis del modelo clásico.

□ Conclusión

El análisis de regresión lineal es una herramienta clave en la estadística aplicada, ya que permite **modelar, interpretar y predecir** relaciones entre variables. Comprender sus fundamentos, hipótesis, tipos de modelos y métodos de estimación es esencial para un análisis riguroso y confiable.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e$$

con los supuestos

- $E(e) = 0$
- $\mathrm{Var}(e) = \sigma^2$ varianza constante
- Errores incorrelacionados