



Cuadro sinóptico

Nombre del alumno: Galilea Montserrath
Gómez Gómez

Nombre del tema: Formas indeterminadas
Parcial: 3

Nombre de la materia: Matematica
aplicada

Nombre del profesor: Juan José ojeda
Trujillo

6to cuatrimestre rh

Formas indeterminadas, integrales impropias, series y sucesiones

1 REGLA DE L'HOPITAL

- Se usa para evaluar límites que presentan formas indeterminadas $0/0$ o ∞/∞ .
- Consiste en derivar numerador y denominador: siempre que se cumplan condiciones de diferenciabilidad y exista el límite de la nueva fracción.
- Puede aplicarse sucesivamente si la indeterminación persiste

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

2 FORMAS INDETERMINADAS

- Tipos comunes: $0/0$, ∞/∞ , $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , 1^∞ , ∞^0 .
- Para $0/0$ o ∞/∞ , se emplea L'Hôpital tras comprobar diferenciabilidad.
- Otras formas requieren reescrituras, como transformar $0 \cdot \infty$ en un cociente antes de aplicar la regla.

- 1.- Infinito entre infinito: $\frac{\infty}{\infty}$
- 2.- Cero entre cero: $\frac{0}{0}$
- 3.- Cero entre infinito: $\frac{0}{\infty}$
- 4.- Cero elevado a cero: 0^0

3 INTEGRALES IMPROPIAS

- Son integrales sobre intervalos infinitos o con discontinuidades.
- Tipo I: $\int_a^\infty f(x)dx \rightarrow$ se define como $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$.
- Tipo II: discontinuidad en $[a, b] \rightarrow$ se parte en límites por cada extremo
- Convergen si los límites existen y son finitos.
- Se aplican tests —como comparación con funciones conocidas— para determinar convergencia



4 SUCESIONES

- Es una lista ordenada $\{a_n\}$, donde $n \in \mathbb{N}$.
- Converge a L si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$; si no, diverge.
- Se evalúa usando el límite de una función continua asociada, $f(n)=a_n$.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

posición del término
término n
primer término
diferencia común

5 SERIES

- Son sumas infinitas: $\sum a_n$. Convergen si la sucesión de sumas parciales $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ tiende a un límite.

$$S = \sum_{i=0}^n a_i$$

6 CRITERIOS DE CONVERGENCIA Y DIVERGENCIA DE SERIES INFINITAS

- Test del término general: Si $\lim a_n \neq 0$, la serie diverge
- Series geométricas: $\sum ar^n$ converge si $|r| < 1$, y diverge si $|r| \geq 1$
- p-series: $\sum 1/n^p$ converge si $p > 1$; diverge si $p \leq 1$
- Test de comparación: Comparación directa o límite con otra serie conocida
- Test de la integral: Compara la serie con $\int f(x)dx$ sobre un intervalo infinito
- Test de razón: Si $L = \lim |a_{n+1}/a_n| < 1$, converge absolutamente; si $L > 1$, diverge; si $L = 1$, no es concluyente.
- Test de raíz: Si $r = \limsup (|a_n|^{1/n}) < 1$, converge absolutamente; si $r > 1$, diverge; $r = 1$ es inconcluso
- Series alternantes (Leibniz): Converge si los términos son decrecientes en valor absoluto y tienden a cero
- Test de Cauchy: Una serie converge si sus sumas parciales forman una sucesión de Cauchy