UNIDAD II

Integrales de funciones trigonométricas inversas

Las integrales de funciones trigonométricas inversas son aquellas cuya solución (o antiderivada) resulta ser una función trigonométrica inversa
Estas integrales aparecen cuando estás resolviendo problemas en:

- Geometría y trigonometría
- Física (movimiento circular, óptica)
- Ingeniería
- Cálculo integral en general

A menudo se usan cambios de variable para convertir expresiones en una forma que se ajuste a alguna de estas integrales.

Integral	Resultado
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$	$\arcsin(x) + C$
$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$	$\arccos(x) + C$
$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx$	$\arctan(x) + C$
$\int \frac{-1}{1+x^2}\,dx$	$\operatorname{arccot}(x) + C$
$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx$	\(\arcsec(x) + C \)
$\int \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx$	\(\arccsc(x) + C \)

Integrales de funciones logarítmicas y exponenciales

Las integrales de funciones logarítmicas y exponenciales son aquellas en las que se integra una función que involucra:

- Logaritmos (como \ln(x), logaritmo natural)
- Exponentes (como e^x, a^x, etc.)

Estas integrales son muy comunes en cálculo y tienen fórmulas directas que debes conocer.

1. $$\int e^{3x}\,dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$$
2. $$\int 2^x\,dx = \frac{2^x}{\ln(2)} + C$$
3. $$\int \ln(x)\,dx = x\ln(x) - x + C$$

Integrales de funciones hiperbólicas

Las funciones hiperbólicas se parecen a las trigonométricas, pero están definidas usando funciones exponenciales. Estas funciones aparecen en física, ingeniería y matemáticas avanzadas (por ejemplo, en el estudio de cables colgantes o soluciones de ecuaciones diferenciales).

1. $$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \operatorname{arsinh}(x) + C$$
2. $$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \operatorname{arcosh}(x) + C \quad (x \geq 1)$$
3. $$\int \frac{1}{1-x^2}\,dx = \operatorname{artanh}(x) + C \quad (|x| < 1)$$

Integrales de funciones hiperbólicas inversas

Las integrales de funciones hiperbólicas inversas son aquellas cuya solución o antiderivada resulta ser una función hiperbólica inversa. Estas funciones se parecen a las funciones trigonométricas inversas, pero están relacionadas con las funciones hiperbólicas, que a su vez provienen de funciones exponenciales.

1. $$\int \sinh(x)\,dx = \cosh(x) + C$$
2. $$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \operatorname{arsinh}(x) + C$$
3. $$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx = \operatorname{arcosh}(x) + C \quad (\text{para } x > 1)$$