

Límites

La palabra límites proviene de la palabra latina limes, que es el genitivo de limitis que puede traducirse como borde o frontera de algo.

La división que marca una separación entre dos regiones se conoce como límite. Este término también se utiliza para nombrar a una restricción o limitación, al extremo que se puede alcanzar desde el aspecto físico y al extremo a que llega un periodo temporal.

Ahora bien, para la matemática, un límite es una magnitud a la que se acercan progresivamente los términos de una secuencia infinita de magnitudes. Un límite matemático, por lo tanto, expresa la tendencia de una función o de una sucesión mientras sus parámetros se aproximan a un cierto valor.

En una notación los límites se escriben de la siguiente manera:

El diagrama muestra la notación matemática $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ con flechas que apuntan a sus componentes y explicaciones en español:

- Una flecha apunta al símbolo \lim con el texto "El límite de...".
- Una flecha apunta a $f(x)$ con el texto "...la función f...".
- Una flecha apunta a $x \rightarrow 3$ con el texto "...cuando x tiende a 3."

El símbolo \lim significa que tomamos el límite de algo.

La expresión a la derecha de \lim es la expresión de la cual tomamos el límite. En este caso, se trata de la función f .

La expresión $x \rightarrow 3$ que aparece debajo de \lim significa que tomamos el límite de f a medida que los valores de x se acercan a 3.

Ejercicios:

Los ejercicios muestran el cálculo de límites de funciones cuadráticas y radicales:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 + 3x + 9} = \sqrt{(5)^2 + 3(5) + 9} = \sqrt{25 + 15 + 9} = \sqrt{49} = 7$$
$$\lim_{x \rightarrow 9} (3x^2 - 4x + 3) = (3(9)^2 - 4(9) + 3) = (3(81) - 36 + 3) = 243 - 36 + 3 = 210$$

Límites al Infinito

Los límites al infinito son los valores a los que se acerca una función cuando la variable x tiende a infinito ya sea positivo (+) o negativo (-).

Expresión:

- Se escribe $x \rightarrow \infty \lim f(x) = L$ para indicar que el límite de f cuando x tiende a infinito es L
- Se escribe $x \rightarrow -\infty \lim f(x) = L$ para indicar que el límite de f cuando x tiende a menos infinito es L
- Se escribe $x \rightarrow \infty \lim f(x) = \infty$ o $x \rightarrow \infty \lim f(x) = -\infty$ para indicar que el límite no existe, pero la función tiende a más o menos infinito.

Ejercicio

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x}{2 + x + 10x^2}$$

Exponente mayor $\rightarrow x^2$
ambos arriba y abajo $= 2$

$$\frac{5x^2 - 3x}{2 + x + 10x^2} = \frac{5 - \frac{3}{x}}{\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + 10} = \frac{5 - 0}{0 + 0 + 10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Límites de un punto por factorización

Los límites por factorización son una técnica utilizada en cálculo para evaluar límites de funciones mediante la factorización algebraica. El objetivo es simplificar la expresión de una función y encontrar su límite al descomponerla en factores más manejables.

El proceso general consiste en identificar factores comunes en la función y luego factorizarla de manera que se puedan cancelar términos o aplicar propiedades algebraicas. Esto permite simplificar la expresión y evaluar el límite de manera más sencilla.

Para aplicar la factorización en límites, se pueden utilizar técnicas como el factor común, la diferencia de cuadrados, la suma y diferencia de cubos, entre otras. Estas técnicas permiten reescribir la función de manera que se faciliten las operaciones algebraicas y se puedan cancelar términos o simplificar la expresión.

Factorización por factor común. Ejercicios:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{3x^2-21x} = \frac{\cancel{x-7}}{3x(\cancel{x-7})} = \frac{1}{3x} = \frac{1}{21}$$

Factorización por diferencia de cuadrados. Ejercicios:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x-6}{4x^2-36} = \frac{2\cancel{x-3}}{(2\cancel{x-3})(2x+36)} = \frac{1}{2(-3)+36} = \frac{1}{-6+36} = \frac{1}{30}$$

BIBLIOGRAFIA

Pérez Porto J. (2021). Límites matemáticos. Qué son, utilidad, definición y concepto. Recuperado de: <https://definicion.de/limites-matematicos/>

Khan Academy. (2020). Introducción a límites. Recuperado de: <https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-limits-new/ab-1-2/a/limits-intro>

UNAM (2020). Concepto intuitivo de límite. Límites al infinito de una función a partir de su gráfica. Recuperado de: https://prometeo.matem.unam.mx/recursos/Bachillerato/DGEE_DGTIC_IMATE/recursos/3_004/index.html