ENSAYO

Fabián Aguilar Vázquez

Segundo parcial

Bioma temáticas

Dr. Carlos Alberto Del Valle López

Medicina Humana

segundo semestre

Comitán de Domínguez, Chiapas a 13 de abril de 2025

INTRODUCCIÓN:

La importancia de los límites en matemáticas y su aplicación en la ciencia

Los límites son un concepto fundamental en matemáticas que desempeña un papel crucial en el desarrollo del cálculo y el análisis matemático. Se utilizan para describir el comportamiento de una función o secuencia a medida que una variable se aproxima a un valor específico. A través del estudio de los límites, es posible entender fenómenos de cambio continuo, la tendencia de ciertas funciones y la forma en que se comportan en puntos críticos.

Uno de los aspectos más relevantes de los límites es su aplicación en el cálculo diferencial e integral. En el cálculo diferencial, los límites permiten definir la derivada de una función, que representa la tasa de cambio instantáneo. Esto es fundamental para estudiar la velocidad, la aceleración y la optimización de funciones en distintos contextos. Por otro lado, en el cálculo integral, los límites se utilizan para definir integrales, que sirven para calcular áreas, volúmenes y acumulaciones de magnitudes, como el trabajo realizado por una fuerza variable o la cantidad de una sustancia acumulada en un intervalo de tiempo.

Además de su importancia en las matemáticas puras, los límites tienen aplicaciones en numerosas disciplinas científicas y tecnológicas. En la física, por ejemplo, se emplean para modelar fenómenos como el movimiento de partículas, la propagación de ondas y el comportamiento de los fluidos. En la economía, los límites permiten analizar tendencias de crecimiento y optimización de recursos, facilitando la toma de decisiones basadas en modelos matemáticos precisos. En la ingeniería, se utilizan para diseñar estructuras, calcular resistencia de materiales y evaluar el desempeño de sistemas dinámicos.

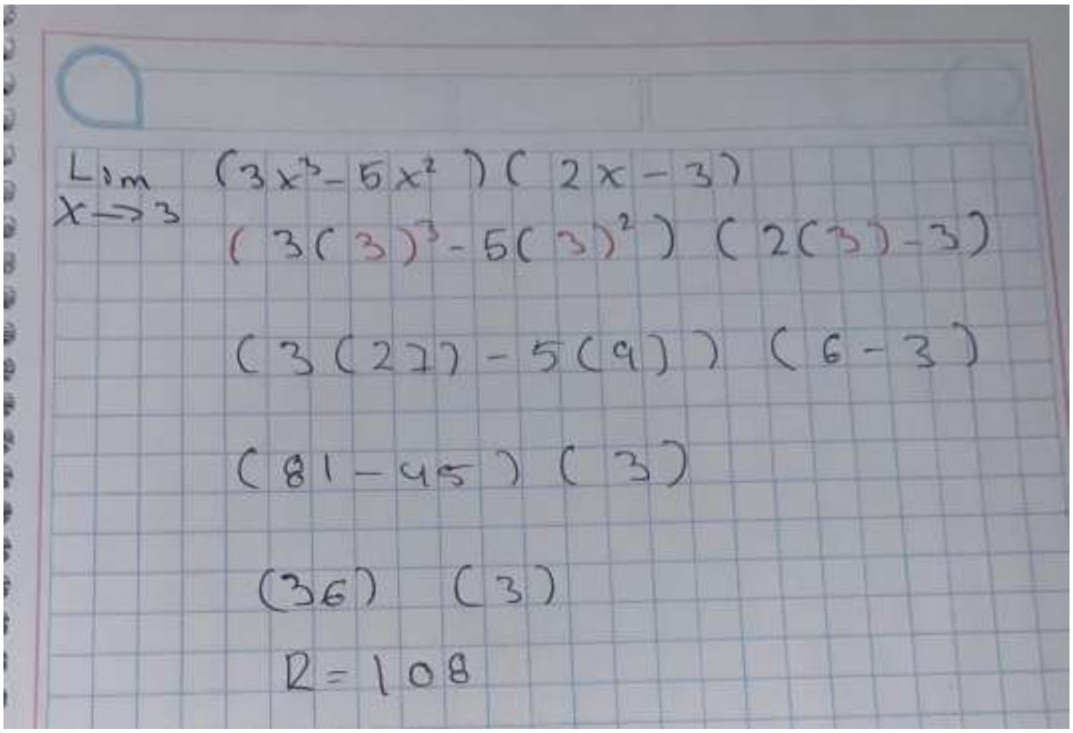
El concepto de límite también es esencial en el análisis de funciones continuas y discontinuas. Permite determinar en qué puntos una función es continua y en cuáles presenta saltos o singularidades. Este tipo de análisis es útil en informática y en el procesamiento de señales, donde se requiere evaluar la estabilidad y el comportamiento de sistemas que dependen de funciones matemáticas.

En la vida cotidiana, aunque el concepto de límite puede no ser evidente, está presente en diversos fenómenos naturales y en la resolución de problemas prácticos. Desde la predicción del crecimiento poblacional hasta el cálculo de la velocidad de un vehículo en un instante específico, los límites proporcionan herramientas poderosas para entender y modelar el mundo que nos rodea.

En conclusión, los límites son una herramienta matemática esencial que permite analizar cambios, tendencias y comportamientos en distintos ámbitos del conocimiento. Su estudio no solo es relevante en el contexto teórico, sino que también tiene implicaciones prácticas en múltiples áreas del saber, desde la ciencia y la ingeniería hasta la economía y la tecnología. Gracias a los límites, es posible desarrollar modelos matemáticos más precisos y comprender mejor los fenómenos que rigen el universo.

Derivadas

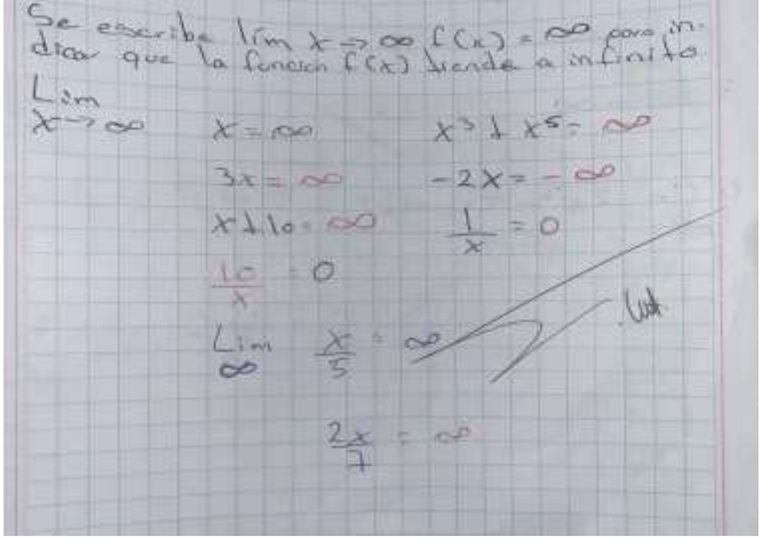
Una propiedad importante de los límites es el principio de sustitución, en el cual se establece que Lim f (x) f (a) x a = → , es decir, que en algunas funciones el límite cuando x tiende a a de f (x) se obtiene reemplazando a en f (x) y realizando las operaciones. Este sería el primer paso hasta llegar al resultado, si queremos encontrar el resultado posteriormente tenemos que realizar las potenciaciones, después las multiplicaciones, las sumas y restas, para terminar con las divisiones.



Derivación implícita:

Una rama de los limites es el límite al infinito, este se tiene que realizar cuando el límite es un número incontable tal vez mayor a un millón y es imposible de contar, esto ya sea negativo o positivo, al final de cuentas los resultados pueden ser dos infinitos o 0

REGLAS:


Se escribe $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ para indicar que la función $f(x)$ tiende a infinito

$\lim_{x \to \infty}$ $x = \infty$ $x^3 + x^5 = \infty$

$3x = \infty$ $-2x = -\infty$

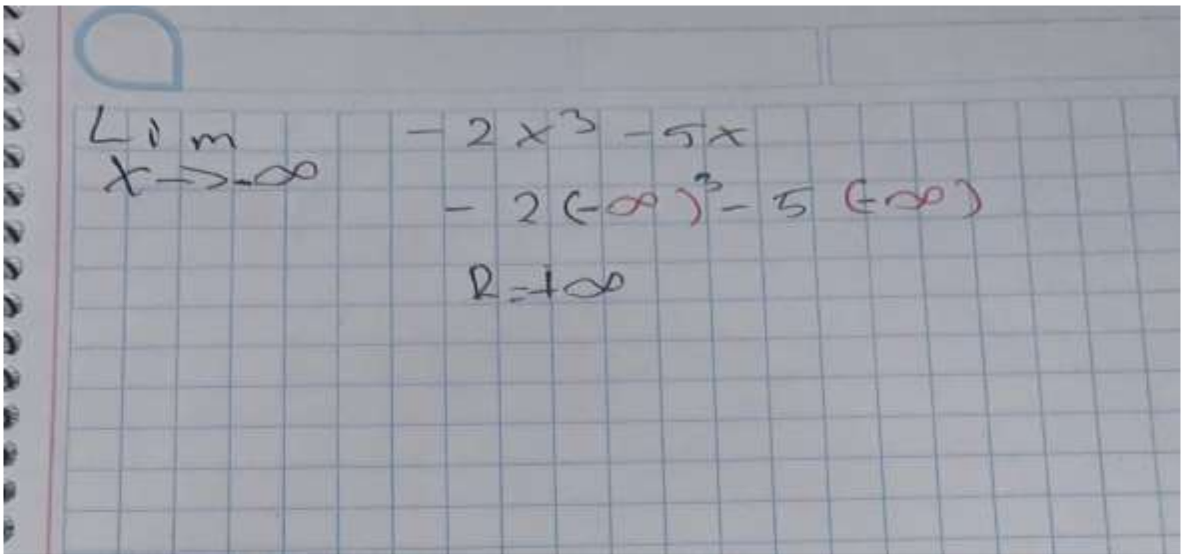
$x + 10 = \infty$ $\frac{1}{x} = 0$

$\frac{10}{x} = 0$

$\lim_{\infty} \frac{x}{5} = \infty$

$\frac{2x}{7} = \infty$

Nota: EL resultado es fácil de encontrar, lo importante es no fallar con los signos.


$\lim_{x \to -\infty} -2x^3 - 5x$

$-2(-\infty)^3 - 5(-\infty)$

$R = +\infty$

Derivación logarítmica y orden superior:

La ley de los signos o la regla de los signos son indicaciones que nos permiten determinar el signo de un resultado final cuando se realizan operaciones con los números reales. En líneas generales, a los números positivos se les puede o no colocar el signo «+».

- La ley de los signos de la suma
- Cuando se realizan operaciones de suma con números reales, se siguen las siguientes reglas: Si los dos números son positivos (mayor que cero): se suman y mantienen su signo «+». Si los dos números son negativos (menores que cero): se suman y se mantiene el signo «-«. Si se suma un número mayor que cero y un número menor que cero: se restan y se deja el signo del número con mayor valor absoluto.

- La ley de los signos de la resta: Cuando se realizan operaciones de resta con números reales, el signo de resta cambia el signo del número que lo sigue:
- La ley de los signos en la multiplicación: Cuando multiplicamos números reales, el resultado es igual a la multiplicación de las cifras con el signo según se muestra en la tabla: si se multiplican dos números con signo «+», el resultado tendrá el signo «+»; si se multiplican dos números con signo «-«, el resultado tendrá el signo «+»; y si se multiplican un número con signo «+» y otro con signo «-«, el resultado tendrá el signo «-«.
- La ley de los signos en la división
- Cuando dividimos dos números reales, el resultado es igual a la división de las cifras con el signo según se muestra en la tabla: si se dividen dos números con signo «+», el resultado tendrá el signo «+»; si se dividen dos números con signo «-«, el resultado tendrá el signo «+»; y si se dividen un número con signo «+» y otro con signo «-«, el resultado tendrá el signo «-«.

Razón de cambio

El método del **factor común** es una técnica utilizada para resolver límites cuando una función presenta términos polinómicos en el numerador y el denominador, especialmente cuando la sustitución directa lleva a una indeterminación del tipo 0/0 o infanto/infinito

¿En qué consiste?

Consiste en **sacar el factor común** de mayor grado en el numerador y el denominador para simplificar la expresión y facilitar la evaluación del límite. Esto permite eliminar términos que podrían causar indeterminaciones o hacer que el límite sea más fácil de calcular.

¿Cuándo se aplica?

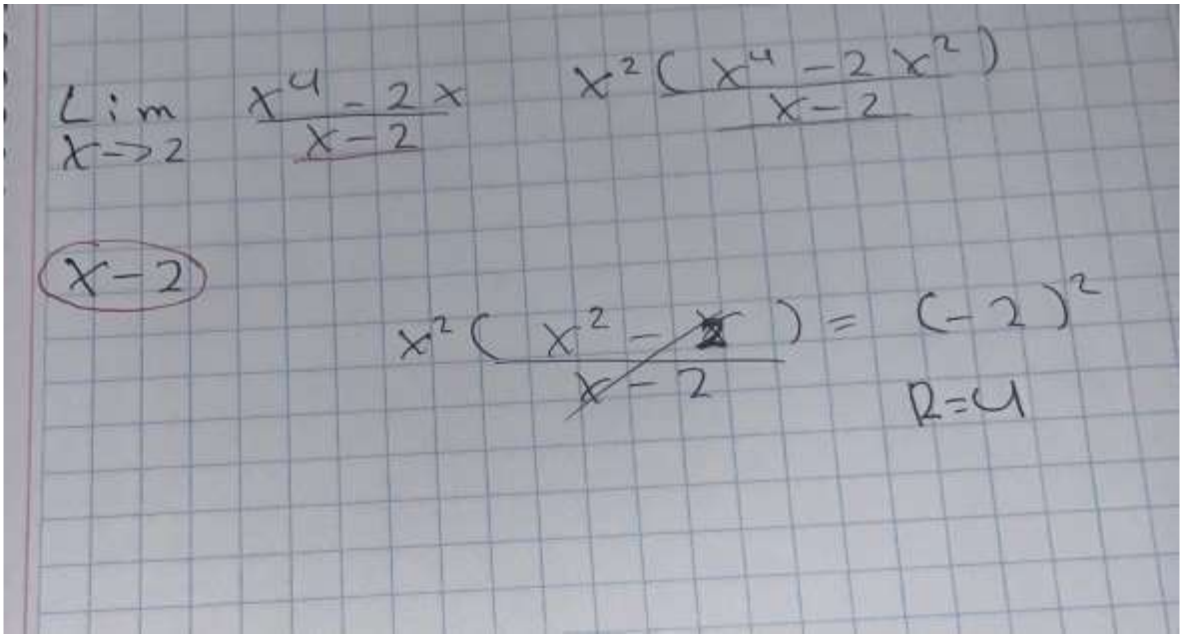
- Cuando hay polinomios en el numerador y el denominador.
- Cuando al evaluar el límite directamente obtenemos una indeterminación.
- Cuando hay términos de diferente grado y es necesario comparar sus órdenes de magnitud.

Pasos generales para aplicar el método del factor común:

1. **Identificar el término de mayor grado** en el numerador y en el denominador.
2. **Extraer ese término como factor común** en ambos.
3. **Simplificar la expresión** eliminando términos innecesarios.

4. **Evaluar el límite** después de la simplificación.

Este método es muy útil en límites cuando x→∞, ya que permite analizar el comportamiento dominante de la función.



Máximos y mínimos de funciones:

¿En qué consiste?

Se basa en el **desdoblamiento** de una diferencia de cuadrados en un producto de binomios conjugados. Esto permite simplificar la expresión, especialmente cuando la sustitución directa da lugar a una indeterminación del tipo 00\frac{0}{0}00.

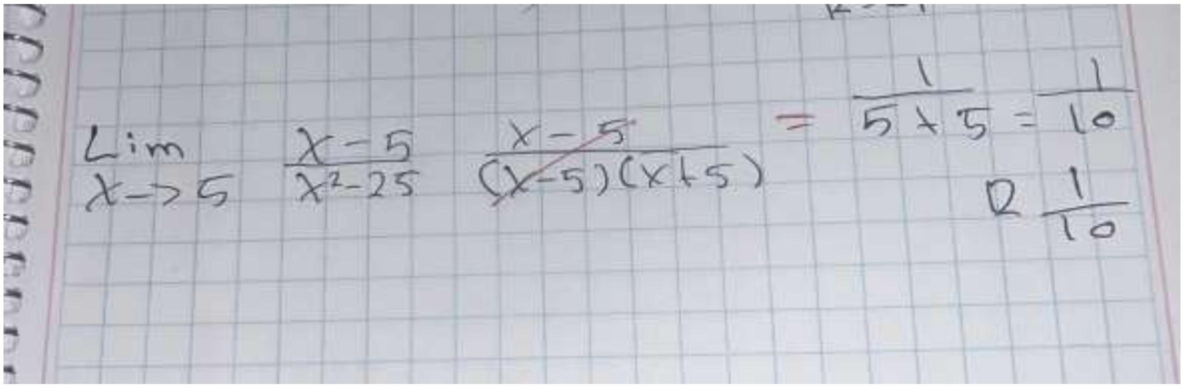
¿Cuándo se aplica?

- Cuando en la función aparece una diferencia de términos al cuadrado.
- Cuando la evaluación del límite da una indeterminación que puede resolverse factorizando.
- En expresiones con raíces cuadradas donde se puede racionalizar utilizando el conjugado.

Pasos generales para aplicar el método de diferencia de cuadrados:

1. **Identificar la diferencia de cuadrados** en la función.
2. **Factorizar la expresión** en su forma de producto de binomios conjugados.
3. **Simplificar términos** en el numerador y el denominador.
4. **Evaluar el límite** en la función simplificada.

Este método es especialmente útil cuando el límite involucra expresiones cuadráticas o términos con raíces que pueden transformarse en una diferencia de cuadrados.



Conclusión: La importancia de los límites en un contexto solo teórico radica en su capacidad para definir comportamientos y comprender fenómenos a medida que las variables se acercan a un valor específico. En matemáticas y física, los límites permiten la formulación de conceptos fundamentales, como la continuidad, la derivada y la integral. A través de los límites, es posible estudiar el comportamiento de funciones en situaciones extremas o en puntos de discontinuidad, lo que facilita la resolución de problemas complejos. Aunque teóricamente, los límites proporcionan una estructura que se extiende a diversas áreas del conocimiento, su verdadera aplicabilidad práctica se ve reflejada en la capacidad de modelar y entender sistemas del mundo real de manera precisa y rigurosa.

Bibliografía

Stewart, J. (2021). *Cálculo: Conceptos y Contextos*. Cengage Learning.