



Biomatematicas
Medicina Humana
Diego Oliver Navarro Alvarez
Uds
Segundo semestre
2do D
Ensayo
(Derivadas, integrales, anti derivadas)

Introducción

El cálculo es una de las ramas fundamentales de las matemáticas que se encarga de estudiar el cambio y la acumulación. Dentro de sus conceptos más esenciales se encuentran los límites, los cuales permiten analizar el comportamiento de funciones cuando sus variables se aproximan a un punto específico o tienden al infinito. Los límites son fundamentales en la definición de conceptos más avanzados como la derivada y la integral, que son pilares esenciales en diversas disciplinas científicas, tecnológicas y económicas.

El cálculo de límites es particularmente relevante en situaciones en las que la evaluación directa de una función no es posible debido a indeterminaciones o comportamientos asintóticos. Para abordar estos casos, se emplean métodos específicos que permiten simplificar y resolver tales problemas. Entre los métodos más comunes para calcular límites se encuentran el límite por sustitución, los límites al infinito, la factorización por factor común y la factorización por diferencia de cuadrados.

El límite por sustitución se utiliza cuando la función es continua y permite evaluar directamente la función al sustituir el valor deseado. Por otro lado, los límites al infinito se aplican cuando se desea conocer el comportamiento de una función a medida que su variable tiende a valores extremadamente grandes o extremadamente pequeños. La factorización por factor común es útil cuando todos los términos de una función comparten un mismo factor, lo cual permite simplificar la expresión y encontrar el límite deseado. Finalmente, la diferencia de cuadrados se utiliza cuando una función tiene la forma de una resta de términos cuadrados, lo cual facilita su factorización y posterior resolución.

En este ensayo, se explicarán detalladamente cada uno de estos métodos junto con ejemplos prácticos que permitirán comprender mejor su aplicación y utilidad en el cálculo de límites. Además, se busca resaltar la importancia de dominar estas técnicas, pues constituyen la base para estudios más avanzados en cálculo diferencial e integral.

Desarrollo

Definición General

En términos matemáticos, el límite de una función $f(x)$ cuando x se aproxima a un número a .

Esto significa que podemos hacer que los valores de $f(x)$ se acerquen tanto como queramos a un número L , siempre que x esté suficientemente cerca de a , pero no necesariamente igual a a .

Si la función alcanza ese valor LL, se dice que el límite existe y es LL. Si no es posible, el límite no existe.

Derivadas

Definición:

El límite por sustitución se aplica cuando la función es continua en el punto que se quiere evaluar. Si la función no presenta indeterminaciones al reemplazar el valor a , entonces se puede calcular el límite simplemente sustituyendo dicho valor.

límite por sustitución:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 5x + 1) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 4 //$$
$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2x^2 - x) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - (-1) = 2 //$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^4 - 3x^2 + 2) = (0)^4 - 3(0)^2 + 2 = 2$$

Límites al Infinito:

Definición:

Los límites al infinito se utilizan para determinar el comportamiento de una función cuando su variable independiente se aproxima a infinito positivo (∞) o infinito negativo ($-\infty$).

En general, al calcular límites al infinito, se consideran solo los términos con mayor grado en el numerador y denominador, ya que son los que dominan el comportamiento de la función.

Límite al infinito:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{2x^2 - x} = \frac{3}{2} //$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - x}{x^3 + 2} = \frac{4}{1} = 4$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{x + 5} = \frac{2}{1} //$$

Razón de cambio

Se utiliza cuando todos los términos tienen un factor común que se puede extraer para simplificar.

Ejemplo:

Factor común:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x} = x^2 - 2x = 0 //$$
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 6x}{x} = 2x^2 - 6 = 12 //$$
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - 8x}{x} = 4x - 8 = -12 //$$

Antiderivadas

Este método se aplica cuando la función tiene la forma $a^2 - b^2$, que se puede factorizar como $(a-b)(a+b)$

Ejemplo:

Diferencia de cuadrados:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 //$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6 //$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 //$$

Conclusión

El cálculo de límites es esencial para comprender cómo se comportan las funciones en situaciones específicas o extremas. Los métodos presentados permiten resolver problemas de forma eficiente y ordenada. La sustitución es útil en funciones continuas, mientras que la factorización por factor común y la diferencia de cuadrados permiten simplificar funciones con términos específicos. Por otro lado, los límites al infinito son cruciales para entender el comportamiento asintótico de funciones, siendo todas estas técnicas fundamentales para estudios avanzados en cálculo diferencial e integral.

Bibliografía:

- Stewart, J. (2021). *Cálculo: Conceptos y contextos* (9.a ed.). Cengage Learning.
- Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2018). *Cálculo de una variable* (14.a ed.). Pearson.