TIPO DE ACTIVIDAD:

SUPERNOTA

NOMBRE DEL ALUMNO: Roberto Carlos López Cruz.

Temas: DERIVADAS E INTEGRALES

PARCIAL II

NOMBRE DE LA MATERIA: BIOMATEMATICAS.

Catedrático: QFB. ENDER FABIAN TOLEDO ALCAZAR.

LICENCIATURA EN MEDICINA HUMANA.

GRADO: 2 DO.

INTRODUCCION

- La derivación implícita es una técnica poderosa en cálculo que nos permite encontrar la derivada de una función cuando está definida implícitamente, es decir, cuando no está expresada explícitamente como "y = f(x)". Imagina que tienes una ecuación que relaciona las variables "x" e "y" de forma que no puedes despejar "y" fácilmente. Aquí es donde la derivación implícita entra en juego.

- Imagina que te dan una ecuación que relaciona dos variables, como "x" e "y", pero no puedes despejar "y" de forma sencilla. ¿Cómo encuentras la tasa de cambio de "y" con respecto a "x"? ¡Aquí es donde la derivación implícita entra en escena! Es una técnica poderosa en cálculo que nos permite encontrar la derivada de una función cuando no está expresada explícitamente como "y = f(x)". En otras palabras, la derivación implícita nos permite encontrar la pendiente de una curva definida por una ecuación implícita, incluso si no podemos despejar "y" de forma fácil.

$$y' = \frac{-2\cdot(2-x)-(-1)\cdot(5-2x)}{(2-x)^2} =$$

$$= \frac{-4+2x+5-2x}{(2-x)^2} = \frac{1}{(2-x)^2}$$

$$y' = \frac{1}{(2-x)^2}$$

DERIVACION IMPLICITA

- La derivación implícita es una técnica que se aplica a funciones definidas implícitamente, esto es a funciones definidas por una ecuación en que la y y no está despejada. La ventaja de este método es que no requiere despejar y y para encontrar la derivada.

  Para conseguir la derivada de y y con respecto a x, dy/dx: x, dy / dx: Primero se deriva ambos miembros de la ecuación con respecto a x x tomando en cuenta en todo momento que y y es función de x, x, y por consiguiente al tener que derivar y y con respecto a x, x, hay que aplicar la regla de la cadena. Finalmente, se despejar dy/dx.

EJEMPLOS

- **Preparamos antes de derivar**: para que la derivación resulte más fácil. Como tenemos el logaritmo de un producto aplicamos la propiedad, es la suma de los logaritmos, aprovechamos de reescribir el radical

$$yx^2 + \ln(x\sqrt{y}) = e^2$$

$$yx^2 + \ln(x\sqrt{y}) = e^2$$

$$yx^2 + \ln(x) + \ln(y^{1/2}) = e^2$$

. Logaritmo de una potencia

$$yx^2 + \ln(x) + \frac{1}{2}\ln(y) = e^2$$

PASO 1

PASO 2:

- **Ahora se deriva implícitamente.** Se deriva el lado izquierdo y el derecho con respecto a x. x. Recuerde que y y es función de x x El lado derecho es una constante, su derivada es cero.

$$x^2y' + 2xy + \frac{1}{x} + \frac{y'}{2y} = 0$$

PASO: 3

- **Falta despejar** y′. y′. Seguimos las recomendaciones para despejar una variable que está lineal en una ecuación. Primero multiplicar por el m. c. m de los denominadores 2xy, 2xy, a fin de eliminarlos, queda:

$$2x^3yy' + 4x^2y^2 + 2y + xy' = 0$$

. agrupar tèrminos con y'

$$2x^3yy' + xy' = -4x^2y^2 - 2y$$

. sacar factor y'

$$y'(2x^3y + x) = -4x^2y^2 - 2y$$

. pasar a dividir el factor de y'

$$y' = \frac{-4x^2y^2 - 2y}{2x^3y + x}$$

. simplificar

$$y' = \frac{-2y}{x}$$

EJERCICIOS

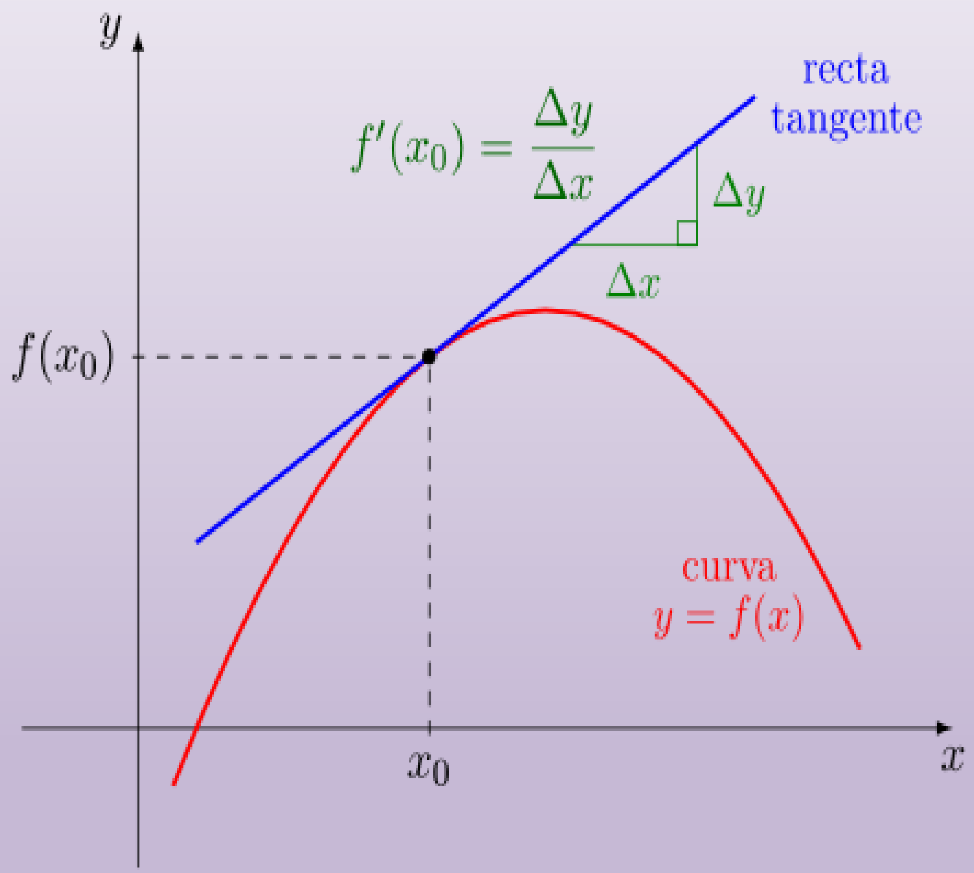
1) $x^2 + xy = y^2$
2) $\ln(xy^2) - y^3 = x^3$
3) $e^{xy+x} - xy = \ln 2$

RESULTADO

1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x + y}{2y - x}$
2) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3x^3y - y}{2x - 3y^3x}$
3) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{ye^{xy+x} + e^{xy+x} - y}{x(e^{xy+x} - 1)}$

DERIVADAS

- La derivada de una función es la razón de cambio instantánea con la que varía el valor de dicha función matemática, según se modifique el valor de su variable independiente. La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se torna cada vez más pequeño. Por eso se habla del valor de la derivada de una función *en un punto dado*.



Razonamiento

Dada una función F, se puede definir una nueva función que, en cada punto X, toma el valor de la derivada F'(x). Esta función se denota F′ y se denomina función derivada de F o simplemente derivada de F. Esto es, la derivada de F es la función dada por:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Esta función sólo está definida en los puntos del dominio de F donde el límite existe; en otras palabras, el dominio de F′ está contenido en el de F:

EJEMPLOS

- Considere la función cuadrática F (x)=x2 definida para todo X ∈ R. Se trata de calcular la derivada de esta función aplicando la definición:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} (2x + h) \\
&= 2x.
\end{aligned}
$$

1

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0}\frac{(x+3)^3-27}{x} &= \lim_{x\to 0}\frac{(x^3+9x^2+27x+27)-27}{x}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x^3+9x^2+27x}{x}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x(x^2+9x+27)}{x}\\ &= \lim_{x\to 0} x^2+9x+27\\ &= 27\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12}} &= \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12}}\,\frac{\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12}}{\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12}}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x^2(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12})}{(x^2+12)-12}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x^2(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12})}{x^2}\\ &= \lim_{x\to 0}\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12}\\ &= 2\sqrt{12}\end{aligned}$$

$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 16x + 1$$

$$f'(x) = 6x^2 - 4x - 16$$

$$\underbrace{6x^2}_{a} \underbrace{- 4x}_{b} \underbrace{- 16}_{c} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(6)(-16)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 384}}{12} = \frac{4 \pm \sqrt{400}}{12}$$

Máximos y Mínimos de Funciones.

$$x = \frac{4 \pm 20}{12}$$

$$x = \frac{4 + 20}{12} = 2$$

$$x = \frac{4 - 20}{12} = -1.33$$

$$f(x) = 5x^2\sqrt{x+1}$$

Solución

$$f'(x) = 10x\sqrt{x+1} + \frac{5x^2}{2\sqrt{x+1}} =$$

$$= \frac{20x(x+1) + 5x^2}{2\sqrt{x+1}} =$$

$$= \frac{5x(5x+4)}{2\sqrt{x+1}}$$

INTEGRALES Y DERIVADAS

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Son un concepto fundamental en cálculo que representan el área bajo la curva de una función entre dos puntos específicos, delimitados por los límites de integración.

$$\int_{-\sqrt{3}}^{a}(g(x)-f(x))\,dx =$$

$$= \int_{-\sqrt{3}}^{-1}(-x^2-2x+3-x^2+2x+3)dx =$$

$$= \int_{-\sqrt{3}}^{-1}(-2x^2+6)dx =$$

$$= \left[-\frac{2x^3}{3}+6x\right]_{-\sqrt{3}}^{-1} =$$

$$= \frac{2}{3}-6-\frac{2\cdot 3\sqrt{3}}{3}+6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}-\frac{16}{3}$$

$$= 4\sqrt{3}-\frac{16}{3}$$

1

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x}}dx = \int x^{2-1/2}dx = \int x^{3/2}dx =$$

$$= \frac{1}{3/2+1}\int (3/2+1)x^{3/2}dx =$$

$$= \frac{2}{5}\int \frac{5}{2}x^{3/2}dx = \frac{2}{5}x^{5/2} =$$

$$= \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$$

2

$$\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}dx = \frac{1}{2}\left[\frac{u^{3/2}}{3/2}\right]_9^{25}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\left[(25)^{3/2} - (9)^{3/2}\right]$$

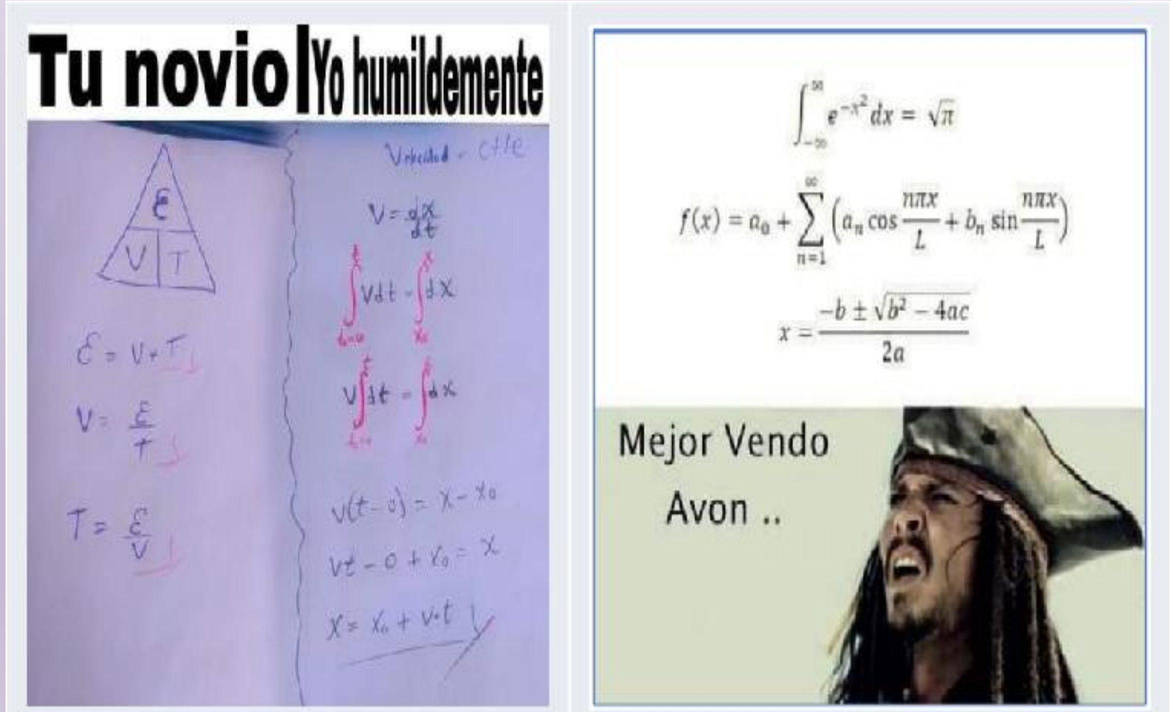
$$= \frac{1}{3}\left[5^3 - 3^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}(125 - 27)$$

$$= \frac{98}{3}$$

CONCLUSION

La derivación e integración son dos caras de la misma moneda. Son operaciones inversas que nos permiten comprender la relación entre la tasa de cambio y la acumulación de una función. ¡Es un concepto fundamental en cálculo que nos abre las puertas a un mundo de aplicaciones fascinantes.



(a) (b)

BIBLIOGRAFIA

1. La primera edición de Álgebra de Baldor se publicó en 1941 en La Habana, Cuba.
2. En 1948, Baldor vendió los derechos a la editorial mexicana Publicaciones Cultural.
3. El libro se ha editado en México, Venezuela, Colombia y España.
4. En México, el Grupo Editorial Patria continúa editando el libro.