Resumen

Yelitza Aylin Argueta Hurtado

Segundo parcial

Dr. Carlos Alberto del Valle López

Biomatematicas

Segundo “C”

Comitán de Domínguez Chiapas

DERIVACIONES

Las derivadas son un concepto central en el cálculo, una rama de las matemáticas que estudia el cambio y el movimiento. En términos sencillos, la derivada de una función en un punto representa la tasa de cambio instantánea de esa función en ese punto específico. Este concepto no solo es fundamental para las matemáticas, sino que también tiene aplicaciones prácticas en diversas disciplinas, como la física, la economía y la ingeniería.

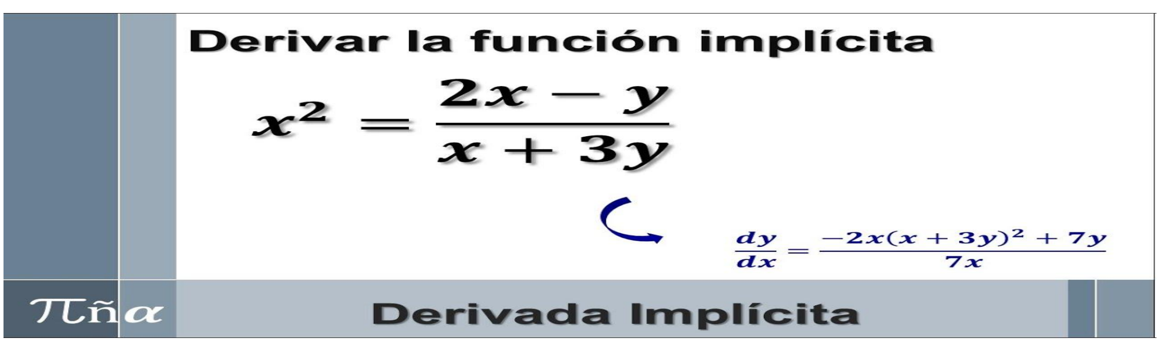
Las derivadas tienen numerosas aplicaciones prácticas. En física, se utilizan para calcular la velocidad y la aceleración de un objeto en movimiento. En economía, las derivadas permiten analizar cómo varían las funciones de costo y ingreso con respecto a la producción, ayudando a maximizar beneficios o minimizar costos.

Derivación Implícita

La derivación implícita se usa cuando la función está dada en una forma que no permite despejar fácilmente una variable en términos de la otra. En estos casos, aplicamos la regla de la cadena. Es un concepto del **cálculo diferencial**. Se usa para encontrar la derivada de funciones definidas implícitamente, es decir, cuando y no está expresada explícitamente en términos de x.

Ejercicios de Derivación Implícita:

En esta sección, se presentan varios ejercicios resueltos de derivación implícita, aumentando gradualmente en complejidad.

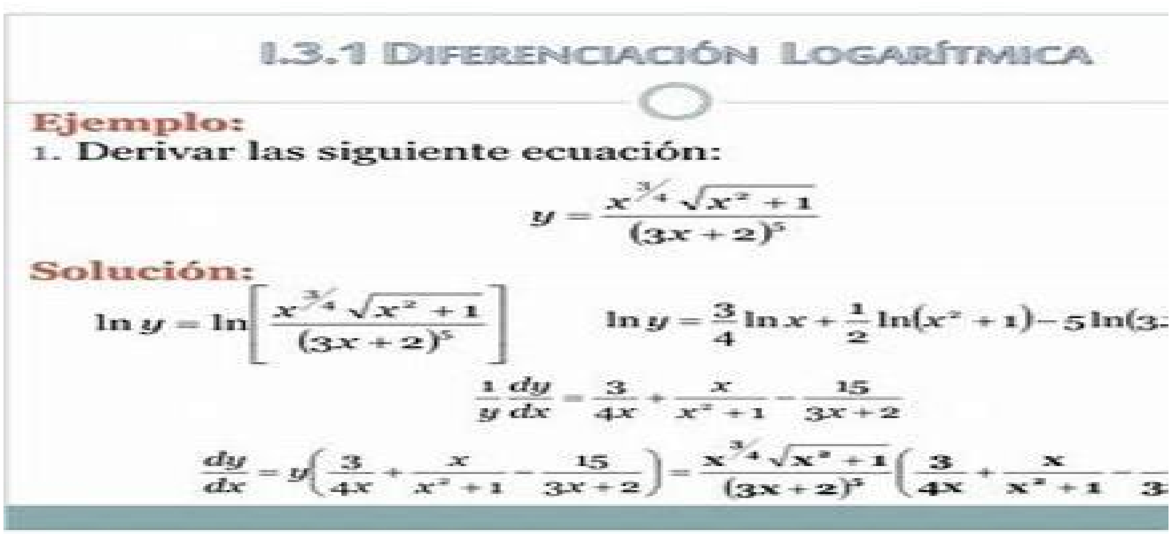


Diferenciación Logarítmica y Derivadas de Orden Superior

El cálculo diferencial es una herramienta esencial en matemáticas y ciencias aplicadas, utilizada para analizar cómo cambian las funciones. Dentro de este campo, existen métodos avanzados que facilitan la obtención de derivadas en situaciones complejas.

Uno de estos métodos es la **diferenciación logarítmica**, útil cuando se diferencian funciones complicadas como productos, cocientes o potencias con exponentes variables. Además, el concepto de derivadas de orden superior nos permite analizar el comportamiento más profundo de una función, como su concavidad y puntos La diferenciación logarítmica es una técnica de cálculo que se utiliza para derivar funciones complejas. Se basa en tomar logaritmos de ambos lados de una ecuación.

1. Pasos para realizar la diferenciación logarítmica
2. Tomar el logaritmo natural de ambos lados de la ecuación
3. Aplicar las propiedades de los logaritmos para simplificar el lado derecho
4. Derivar los dos miembros de la ecuación teniendo en cuenta la Regla de la Cadena
5. Despejar la derivada de la función e inflexión.

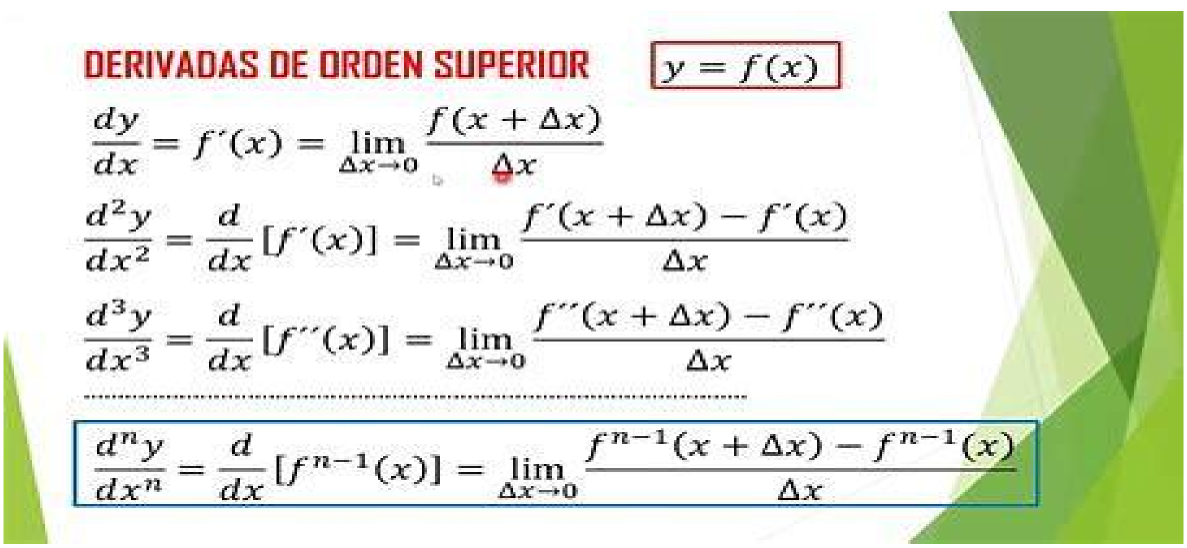


Al aplicar el logaritmo natural a ambos lados de una ecuación, se transforman operaciones multiplicativas en aditivas, simplificando el proceso de diferenciación.

Las **derivadas de orden superior** se obtienen al derivar repetidamente una función. Estas derivadas permiten analizar el comportamiento de una función más allá de la tasa de cambio instantánea.

- Concavidad y convexidad (segunda derivada).
- Puntos de inflexión (segunda derivada igual a cero).
- Series de Taylor y aproximaciones (derivadas de orden superior).
- Análisis de movimiento en física (posición, velocidad, aceleración y más).

La **razón de cambio** en las derivadas se representa mediante la función derivada de una función f(x). Matemáticamente, la razón de cambio instantánea de f(x) con respecto a x está dada por:



· **Velocidad**: Si s(t) es la posición de un objeto, entonces su derivada v(t)=s′(t)v(t) = s'(t)v(t)=s′(t) representa la velocidad.

· · **Aceleración**: Si v(t)v es la velocidad, su derivada a(t)=v′(t)a(t) = v'(t)representa la aceleración.

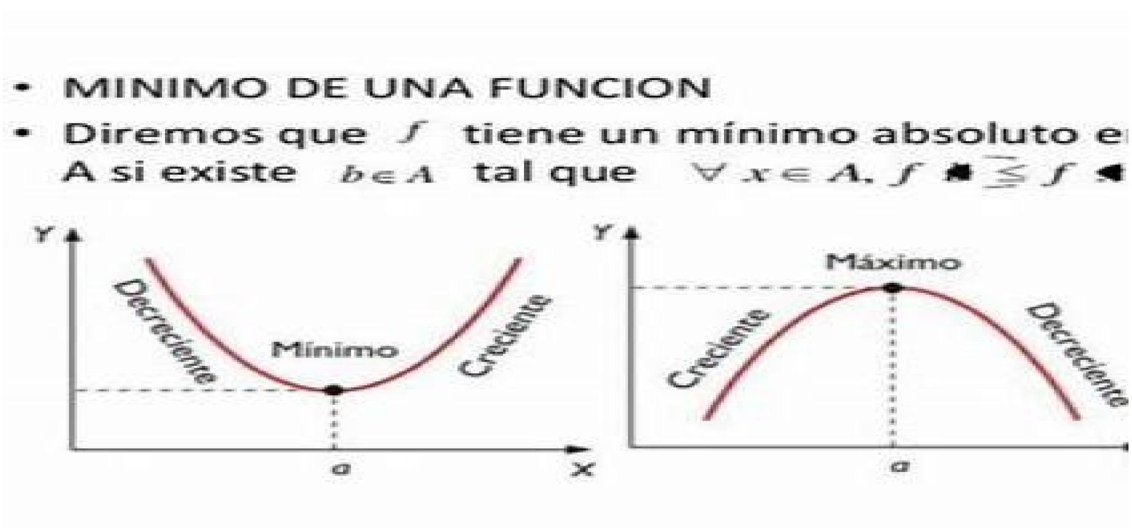
· · **Crecimiento poblacional**: Si P(t)s una población en el tiempo, su derivada P′(t) da la tasa de crecimiento en un instante.

Máximos y mínimos de una función

Los máximos y mínimos de una función son los valores más grandes o más pequeños de ésta, ya sea en una región o en todo el dominio.

Los máximos y mínimos en una función f son los valores más grandes (máximos) o más pequeños (mínimos) que toma la función, ya sea en una región (extremos relativos) o en todo su dominio (extremos absolutos).Los extremos relativos de una función f son los valores más grandes (máximos) o más pequeños (mínimos) de una región del dominio.

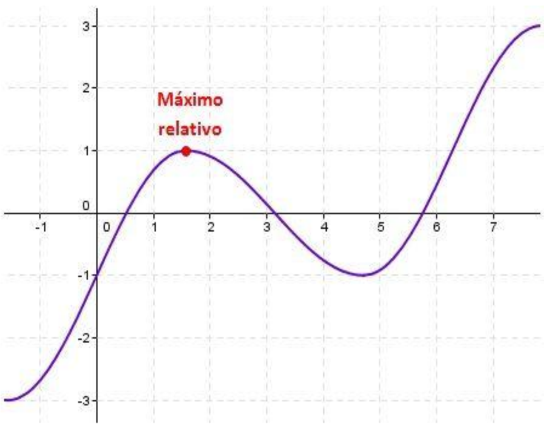
Los extremos relativos también son conocidos como extremos locales.La función f tiene en M un máximo relativo si f(M) es mayor que sus valores próximos a izquierda y derechaEn términos de sus derivadas, sean f y f ’ derivables en M. Entonces M es máximo relativo de f si:

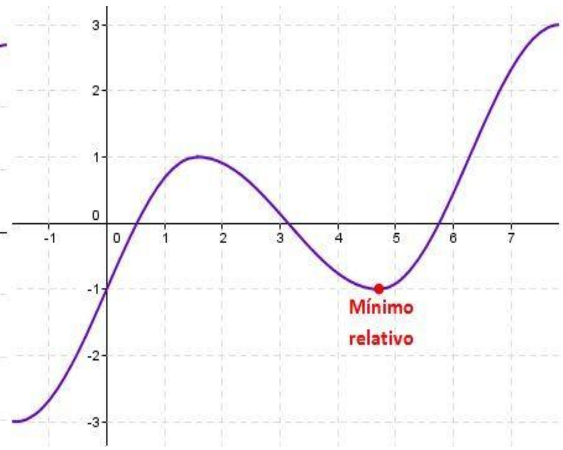


Fórmula del máximo relativo de una función.

También se puede decir que M es un máximo relativo en su entorno si a la izquierda la función es creciente y a la derecha decreciente.

La función f tiene en m un mínimo relativo si f(m) es menor que sus valores próximos a izquierda y derecha.





Las integrales te permiten:

La integración es un concepto fundamental del cálculo y del análisis matemático. Básicamente, una integral es una generalización de la suma de infinitos sumandos, infinitesimalmente pequeños: una suma continua. La integral es la operación inversa al diferencial de una función.

El cálculo integral, encuadrado en el cálculo infinitesimal, es una rama de las matemáticas en el proceso de integración o antiderivación. Es muy común en la ingeniería y en la ciencia; se utiliza principalmente para el cálculo de áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución.

Fue usado por primera vez por científicos como René Descartes, Isaac Newton, Gottfried Leibniz e Isaac Barrow. Los trabajos de este último y los aportes de Leibniz y Newton generaron el teorema fundamental del cálculo integral, que propone que la derivación y la integración son procesos inversos.

- Calcular áreas bajo curvas

- Determinar acumulaciones (como distancia total recorrida, cantidad total de algo, etc.)

Integral indefinida

No tiene límites (solo da la **familia de funciones primitivas**):

$f(x)\,dx=F(x)+C$

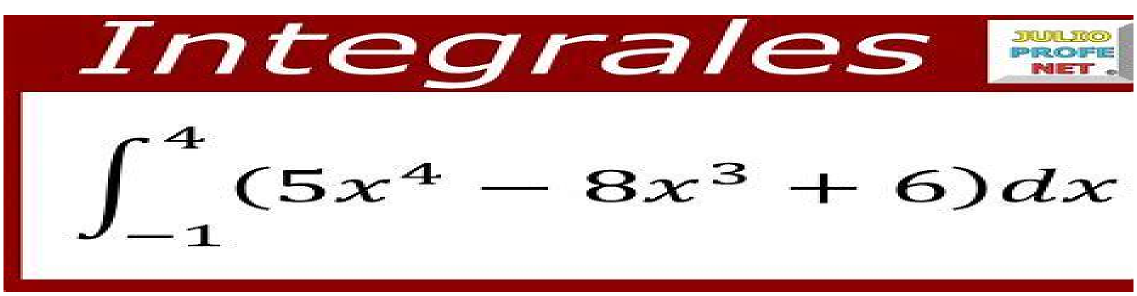
- Resolver problemas inversos de derivadas

La antiderivada es la función opuesta a la derivada. Se define como la función F(x) + C, donde C es una constante, y al derivar F(x) + C se obtiene la función original f(x). También se conoce como integral indefinida y se expresa con el símbolo ∫. En términos simples, la antiderivada de una función es la integral de esa función, y al derivar la antiderivada, se recupera la función original.

Sin embargo, esta es solamente una de las muchas antiderivadas de f(x), ya que esta otra función: G(x) = x4 + 2 también lo es, porque al derivar G(x) con respecto a x, igual se obtiene de vuelta f(x).

$$/fracddx/left(x^4+2/right)=4x^3$$

Aplicar las reglas de integración para obtener las siguientes antiderivadas o integrales indefinidas de las funciones dadas, simplificando los resultados tanto como sea posible. Es conveniente verificar el resultado por derivación.



En conclusión, las derivadas son una herramienta fundamental en el cálculo, con un amplio espectro de aplicaciones en diversas disciplinas. Su capacidad para describir y analizar el cambio las convierte en un pilar esencial de las matemáticas y la ciencia. El estudio de las derivadas y su aplicación en problemas prácticos sigue siendo crucial para avanzar en el conocimiento científico y en la resolución de desafíos en el mundo real.

REFERENCIA

Garza, K., Goble, C., Brooke, J., y Jay, C. (2015). Enmarcando la interfaz del sistema de datos comunitarios. En Actas de la Conferencia HCI Británica de 2015. HCI Británica 2015: Conferencia de Interacción Humano-Computadora Británica de 2015. ACM.