



Mi Universidad

Ensayo

Ruiz Domínguez Mariana del Carmen

Segundo parcial

Biomatemáticas

Dr. Carlos Alberto Del Valle López

Licenciatura en Medicina Humana

2 - C

Comitán de Domínguez, Chiapas a 13 de abril de 2025

Derivadas

Límites en Matemáticas: Definición, Propiedades y Aplicaciones

Los límites son un pilar fundamental en el análisis matemático, permitiendo describir el comportamiento de funciones y sucesiones a medida que sus variables independientes se acercan a valores específicos. Comprender los límites es esencial para el estudio de conceptos avanzados como la continuidad, la derivada y la integral.

Definición Formal de Límite

Sea $f(x)$ una función definida en un intervalo que contiene al punto c , excepto posiblemente en c mismo. Decimos que el límite de $f(x)$ cuando x tiende a c es L , y lo denotamos como:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

sí, para todo número real positivo $\varepsilon > 0$, existe un número real positivo $\delta > 0$ tal que, para todo x en el dominio de f , si $0 < |x - c| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Tipos de Límites

1. **Límites Finito-Finito:** Cuando $f(x)$ y $g(x)$ son funciones que tienden a valores finitos L_1 y L_2 respectivamente, se cumplen las siguientes propiedades:

○ **Suma:**

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = L_1 + L_2$$

○ **Producto:**

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] = L_1 * L_2$$

○ **Cociente:**

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) / g(x) = L_1 / L_2; \text{ si } L_2 \neq 0$$

2. **Límites Infinito-Finito:** Cuando $f(x)$ tiende a infinito y $g(x)$ a un valor finito, se pueden presentar indeterminaciones que requieren técnicas adicionales, como la regla de l'Hôpital, para su evaluación.

3. **Límites Finito-Infinito:** Cuando $f(x)$ tiende a un valor finito y $g(x)$ a infinito, el límite del cociente puede evaluarse considerando el comportamiento asintótico de las funciones involucradas.
4. **Límites Infinito-Infinito:** Cuando tanto $f(x)$ como $g(x)$ tienden a infinito, se pueden aplicar técnicas como la factorización, racionalización o la regla de l'Hôpital para determinar el límite del cociente.

Indeterminaciones Comunes y la Regla de l'Hôpital

Al calcular límites, es frecuente encontrar expresiones indeterminadas como $0/0$ o ∞/∞ . La regla de l'Hôpital proporciona una metodología para resolver estas indeterminaciones:

Si $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$, o si ambos tienden a infinito, y las derivadas $f'(x)$ y $g'(x)$ existen cerca de c , entonces:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}; \text{ si el límite del lado derecho existe}$$

Ejemplos de Cálculo de Límites

1. Límite de una función racional:

Consideremos la función $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x - 1}$. Queremos calcular el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a 1.

Aplicando la regla de l'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x}{1} = 4$$

2. Límite de una función trigonométrica:

Consideremos la función $g(x) = \sin(2x)$. Queremos calcular el límite de $g(x)$ cuando x se aproxima a 0.

Utilizando el límite conocido $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(2x) = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) = 2 \cdot 0 = 0$$

Conclusión

Los límites son herramientas esenciales en el análisis matemático que permiten describir el comportamiento de las funciones en puntos específicos o en el infinito. Comprender sus propiedades y aplicaciones es fundamental para el estudio de conceptos más avanzados como la continuidad, la derivabilidad y la integralidad de las funciones.

Referencia bibliográfica:

Dpto. EDAN. (s/f). A. Cálculo de límites. Universidad de Sevilla. p.p. 215-228.