



Yahoni Cisneros Yopez

Limites

Primer parcial

Biomatemáticas

Dr. Luis David Cano Hernández

Licenciatura en medicina humana

Segundo semestre, grupo C

Comitán de Domínguez, Chiapas a 09 de marzo de 2025

El Límite de una Función

El concepto de límite de una función es fundamental en el análisis matemático y el cálculo diferencial. Se refiere al valor al que una función se aproxima cuando la variable independiente se acerca a un determinado punto. Formalmente, el límite de una función $f(x)$ cuando x tiende a a se denota como:

$$\lim (x \rightarrow a) f(x) = L$$

Lo que indica que, al acercarse x a a , $f(x)$ se aproxima al valor L .

Para calcular el límite de una función en un punto, generalmente se sustituye el valor de ese punto en la función. Por ejemplo, para hallar:

$$\lim (x \rightarrow 3) (x^2 + 5x - 7)$$

se sustituye x por 3:

$$\lim (x \rightarrow 3) (3^2 + 5(3) - 7) = 9 + 15 - 7 = 17$$

Sin embargo, existen casos en los que la sustitución directa no es posible, como cuando la función presenta una discontinuidad en el punto de interés. En tales situaciones, es necesario analizar los límites laterales, que consideran la aproximación al punto desde la izquierda ($x \rightarrow a^-$) y desde la derecha ($x \rightarrow a^+$). Si ambos límites laterales existen y son iguales, se concluye que el límite de la función en ese punto también existe y es igual a dicho valor. Por ejemplo, consideremos la función definida a trozos:

$$f(x) = \{ 3 \text{ si } x < 2$$

$$6 \text{ si } x \geq 2 \}$$

Al calcular los límites laterales en $x = 2$:

$$\lim (x \rightarrow 2^-) f(x) = 3$$

$$\lim (x \rightarrow 2^+) f(x) = 6$$

Dado que los límites laterales no son iguales, el límite de la función en $x = 2$ no existe.

Los límites también pueden evaluarse en el **infinito**, analizando el comportamiento de la función cuando la variable independiente crece o decrece sin acotamiento. Por ejemplo, para la función:

$$f(x) = (2x) / (x - 2)$$

Al evaluar el límite cuando x tiende a infinito:

$$(2x / (x - 2)) = 2$$

$$\lim (x \rightarrow \infty)$$

Límites indeterminados: Un caso especial ocurre cuando la evaluación directa del límite lleva a una forma indeterminada, como 0/0 o ∞/∞ . En estos casos, se requiere manipular la expresión para resolver el límite. Por ejemplo:

$$(x^2 - 4) / (x - 2)$$

$$\lim (x \rightarrow 2)$$

Sustituyendo x = 2:

$$(2^2 - 4) / (2 - 2) = (4 - 4) / 0 = 0/0, \text{ indeterminación}$$

Para resolverlo, factorizamos el numerador:

$$[(x - 2)(x + 2)] / (x - 2)$$

Cancelamos el término (x - 2):

$$\lim (x \rightarrow 2) (x + 2) = 2 + 2 = 4$$

Por lo tanto, el límite es 4.

Límites por Factor Común: Este método se usa cuando la función presenta términos elevados al mismo exponente y es útil en límites cuando $x \rightarrow \infty$. Ejemplo:

$$(3x^2 + 5x - 7) / (2x^2 - x + 4)$$

$$\lim (x \rightarrow \infty)$$

Factorizamos x^2 en numerador y denominador:

$$\left[x^2 \left(3 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2} \right) \right] / \left[x^2 \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right) \right]$$

$$\lim (x \rightarrow \infty)$$

Cancelamos x^2 :

$$\left(3 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^2} \right) / \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right)$$

$$\lim (x \rightarrow \infty)$$

Cuando $x \rightarrow \infty$, los términos $5/x$, $7/x^2$, $1/x$ y $4/x^2$ tienden a cero, dejando:

$$3/2 \text{ Por lo tanto, el límite es } 3/2$$

Ejercicios

$$\text{I. } (x + 3) = 1 + 3 = 4$$

$$\lim x \rightarrow 1$$

$$\text{II. } (-2x + 5) = -2 \cdot 2 + 5 = -4 + 5 = 1$$

$$\lim x \rightarrow 2$$

$$\text{III. } (-7x - 2) = -7 \cdot 0 - 2 = -2$$

$$\lim x \rightarrow 0$$

$$\text{IV. } (2x^2 - 3x + 6) = 2(-1)^2 - 3(-1) + 6 = 2(1) + 3 + 6 = 11$$

$$\lim x \rightarrow -1$$

$$\text{V. } \left[\frac{2x + 1}{x^2 - 2} \right] = \frac{2 \cdot 3 + 1}{(3^2 - 2)} = \frac{6 + 1}{(9 - 2)} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\lim x \rightarrow 3$$

$$\text{VI. } \sqrt{(2x^2 + 6x - 4)} = \sqrt{(2(2)^2 + 6(2) - 4)} = \sqrt{16} = 4$$

$\lim_{x \rightarrow 2}$

$$\text{VII. } \left(\frac{3x}{2} + 5 \right) = \left(\frac{3 \cdot (-4)}{2} + 5 \right) = -6 + 5 = -1$$

$\lim_{x \rightarrow -4}$

Referencias Bibliográficas

Funciones.xyz. (s.f.). Límite de una función. Recuperado el [fecha de acceso], de <https://www.funciones.xyz/limite-de-una-funcion/>

Universo Fórmulas. (s.f.). Límites indeterminados. Recuperado el 9 de marzo de 2025, de <https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/limites-indeterminados/>

Llara887585438. (2017, noviembre 18). Primera entrada del blog. WordPress. Recuperado el 9 de marzo de 2025, de <https://llara887585438.wordpress.com/2017/11/18/primera-entrada-del-blog/>