Ensayo

Angel Gabriel Aguilar Velasco

Parcial I

Biomatemáticas

Dr. Carlos Alberto del Valle López

Licenciatura en Medicina Humana

Semestre 2 Grupo " C "

Comitán de Domínguez, Chiapas a 09 de Marzo de 2025

1. Límites

El concepto de límite es primordial para muchos problemas en física, ingeniería y ciencias sociales. Los límites describen lo que le sucede a una función *f(x)* a medida que su variable independiente *x* se aproxima a una constante *a*. Para ilustrar este concepto, supongamos que se quiere conocer qué le sucede a la función:

$$f(x)=\frac{x^2+x-2}{x-1}$$

A medida que *x* va tomando valores cercanos a 1.

Aunque *f(x)* no está definida en *x* = *1*, el interés no es esta igualdad, ya que lo que se quiere es tomar valores cercanos a *1* y observar el comportamiento de las imágenes. Ahora bien, para acercarnos a *1* lo podemos hacer con valores más pequeños que *1* o con valores mayores a *1*. Haciendo referencia al eje *x*, se dice que se realiza un acercamiento por la izquierda en el primer caso y por la derecha en el segundo. La tabla 2.1 muestra algunos valores de x en las cercanías de *1* junto con sus respectivas imágenes f(x).

Al factorizar el numerador y cancelar los factores comunes se obtiene: $f(x)=\frac{(x+2)(x-1)}{x-1}=x+2$, $f(x) = x + 2$ para todos los valores $x \neq 1$, lo que facilita los cálculos.

Tabla 2.1. Algunos valores de la función *f*(*x*)= *x* + 2 en las cercanías de 1.

x	0.8	0.9	0.95	0.99	0.999		1.0001	1.001	1.01	1.05	1.1
f(x)	2.8	2.9	2.95	2.99	2.999		3.0001	3.001	3.01	3.05	3.10

En esta tabla los valores de la función $f(x)=\frac{x^2+x-2}{x-1}$ se acercan a 3 cuando *x* se acerca cada vez más a 1 por cualquier lado.

Este comportamiento puede describirse diciendo que *el límite de f(x) a medida que x se acerca a 1 es igual a 3* y se escribe simbólicamente de la forma:

$$\lim_{x\to 1} f(x)=3$$

2. Álgebra de los límites

El siguiente teorema muestra la forma de hallar los límites de las distintas operaciones con funciones cuando se conocen los límites de las funciones que intervienen.

Teorema 1

Si $\lim_{x \to a} f(x) = L$ y $\lim_{x \to a} g(x) = M$ se tiene que:

1. $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = L \pm M$
2. $\lim_{x \to a} [f(x)\, g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \lim_{x \to a} g(x) = LM$
3. $\lim_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} = \frac{L}{M}$ siempre y cuando $M \neq 0$
4. $\lim_{x \to a} x^n = a^n$
5. $\lim_{x \to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$

En otras palabras, lo que el teorema dice es que el límite de una suma, diferencia, producto o cociente de funciones es igual a la suma, diferencia, producto o cociente de los límites. Para el cociente se excluye el valor 0 para el límite M porque la división por 0 no está definida.

86

Así también, el límite de una potencia y raíz es la potencia o raíz del límite.

3. Límite de la función constante

Si se tiene la función *f(x)=2*, ¿cuál es el límite de esta función si x tiende al valor *5*? Como la función no se mueve del valor *2*, es natural pensar que su límite es también *2*. En relación con este razonamiento, de manera general al calcular el límite de una constante *c* se tiene el siguiente resultado general:

$$\lim_{x \to a} c = c$$

Esto es, "el límite de una constante es la constante misma".

Ejemplo 1

¿Cuál es el límite de la función $f(x)=5$ cuando x se acerca al valor 17?

Solución: la función vale 5 para todos los valores de x, luego su límite es 5, es decir:

$$\lim_{x \to 17} 5 = 5$$

4. Límites al infinito

Estudia su comportamiento cuando la variable independiente se acerca a un valor real *a*, no obstante, también es útil cuando el valor de la variable independiente crece o decrece indefinidamente. Usando una notación de límite, se pretende estudiar los límites de las siguientes formas:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = ? \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = ?$$

Para responder estas incógnitas, lo mejor es estudiar una situación real donde se requiera calcular un límite "al infinito".

Ejemplo 9

¿Cuál es el $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}$?

Solución: si reemplazamos la x por el valor 0 obtenemos la expresión $\frac{1}{0}$ que no es número real, ya que no existe ningún número que multiplicado por 0 dé como resultado el valor 1. Como estamos calculando un límite, observemos lo que ocurre con los valores de la función cuando nos acercamos al valor 0. En la tabla 2.2 aparecen algunos valores de x con sus correspondientes imágenes:

Tabla 2.2. Valores de la función $1/x^2$ en las cercanías de 0.

x	$1/x^2$
–1	1
–0.5	4
–0.2	25
–0.1	100
–0.05	400
–0.01	10 000
–0.001	1 000 000

x	$1/x^2$
1	1
0.5	4
0.2	25
0.1	100
0.05	400
0.01	10 000
0.001	1 000 000

De los valores de la tabla 2.2 y de la gráfica de $\frac{1}{x^2}$ que aparecen en la figura 2.11 se puede concluir que a medida que se toman valores más cercanos a 0, los valores de la función se hacen más grandes y tan grandes como se quiera.

Ejemplo 15

¿Cuál es el $\lim_{x\to\infty} (5x^2 + 3x - 7)$?

Solución: cuando x crece indefinidamente, la función $5x^2 + 3x - 7$ lo hace también, por lo tanto, $\lim_{x\to\infty} 5x^2 + 3x - 7 = \infty$

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

1. Scala, Learning. (2015). *Límites y Continuidad. Unidad 2.* Apachegc.scalahead.com Server Test. https://gc.scalahed.com/recursos/files/r157r/w13087w/Mate2_Lic_4aEd_02.pdf