



Universidad del sureste

Campus Comitán

Licenciatura en Medicina Humana



Ensayo

Nombre: Lizeth Pérez Aguilar

Grado: 2 do

Grupo: "C"

Materia: Biomatemáticas

Docente: Dr. Luis David Cano Hernández

Comitán de Domínguez Chiapas a 07 / 03 /2025

Límites al infinito

El límite de una función $f(x)$ al infinito es el número al que se acercan los valores de la función cuando la variable x tiende a $+\infty$ o a $-\infty$. Las funciones no siempre tienen límite al infinito.

Ejemplo.

- Tiene límite cuando x tiende a $-\infty$.
- Tiene límite cuando x tiende a $+\infty$.
- No tiene límite cuando x tiende a $-\infty$.
- No tiene límite cuando x tiende a $+\infty$.
- Tiende a ∞ cuando x tiende a $-\infty$.
- Tiende a ∞ cuando x tiende a $+\infty$.
- Tiende a $-\infty$ cuando x tiende a $-\infty$.
- Tiende a $-\infty$ cuando x tiende a $+\infty$.

Cuando el límite de una función en $+\infty$ o en $-\infty$ existe y es L , se escribe:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ o $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$
- y se lee así: El límite de f cuando x tiende a infinito (o a menos infinito) es L .
- Si la función $f(x)$ tiende a más o menos infinito, cuando x tiende a infinito, se dice que su límite no existe, pero se permite escribir:
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ o $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- Análogamente, si la función $f(x)$ tiende a más o menos infinito, cuando x tiende a menos infinito, se dice que su límite no existe, pero se permite escribir:
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ o $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

Límites al punto

En matemáticas, los límites en un punto son los valores a los que se acercan los puntos de una función cuando se acercan a un punto específico.

¿Qué describen los límites en un punto?

Describen cómo se comporta una función cerca de un punto, pero no en ese punto.

Son la base del cálculo.

Permiten saber cuánto vale una función cuando nos situamos muy cerca de un punto.

¿Cómo se calculan los límites en un punto?

Para que exista el límite de una función en un punto, es necesario que se forme un entorno de ese límite en la función.

Si una función es convergente o tiene límite en un punto, este debe ser único.

No siempre es posible calcular directamente el límite en algún punto.

Para estudiar estos límites, se necesita recurrir a los límites laterales.

¿Qué tipos de límites existen? Límite finito en un punto, Límite infinito en un punto, Límite finito en el infinito, Límite infinito en el infinito.

Esta indeterminación solo se refiere al signo, ya que el límite, si existe, es $+\infty$ o $-\infty$.

Por ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{(x-2)^2} = \frac{4}{0}$$

Para eliminarla, se estudia el signo del 0. El resultado final depende de los signos de numerador y denominador:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{(x-2)^2} = \frac{4}{0^{\pm}} = +\infty$$

Si al estudiar el signo del cero observamos que depende de por dónde nos acerquemos al punto, si por la izquierda o por la derecha, calcularemos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x-2} = \frac{4}{0}$$

Por tanto:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x}{x-2} = \frac{4}{0^-} = -\infty \qquad \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{2x}{x-2} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

Esto significa que no existe el límite de esta función en 2.

Otro ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{\frac{x}{1-x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{\frac{x}{1-x}} = \left(\frac{1}{0^+} \right)^{\frac{1}{0^-}} = (+\infty)^{-\infty} = 0$$

Introducción a las derivadas

La derivada permite cuantificar, describir y pronosticar la rapidez de la variación en fenómenos de la naturaleza o de la práctica. Sin embargo, en el sistema educativo se han priorizado, en general, procesos de construcción y validación formales así como los aspectos algorítmicos.

Decimos que la función f es **derivable** para $x = a$ si la curva $y = f(x)$ tiene tangente para $x = a$. En este caso a su pendiente se la llama **derivada** de la función para $x = a$, escribiéndose:

$$f'(a) = m$$

A la función $x \mapsto f'(x)$ se le llama función derivada.

Ejemplo: hallemos la derivada de la función $f(x) = 3x$ en $x = 2$.

Calculemos

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x - 2)}{x - 2} = 3$$

Así. es $f'(2) = 3$

Factorización de los límites

Significa encontrar sus factores, es decir, aquellos números que multiplicados dan dicha cantidad. Por ejemplo, factorizar el número 6 significa hallar los números que multiplicados entre sí dan el 6. Son el 2 y el 3, ya que $6 = 2 \times 3$.

LIMITES POR FACTORIZACION

1. Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

Se tiene el siguiente ejercicio:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3}$$

Para comprobar si es una indeterminación, reemplazamos -3 en x:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-3^4 - 81}{-3 + 3} = \frac{81 - 81}{0} = \text{Indeterminación}$$

Como es una indeterminación, procedemos a verificar los casos de factorización que podemos usar, en este caso diferencia de cuadrados perfectos y simplificamos la función:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3} = \frac{(x^2 + 9)(x^2 - 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} (x - 3)(x^2 + 9)$$

Una vez simplificada la función procedemos a reemplazar x, como el denominador ya fue simplificado, la indeterminación ha sido levantada.

$$\lim_{x \rightarrow -3} (-3 - 3)(-3^2 + 9)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} (-6)(9 + 9)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} -108$$

Bibliografía

1. (Dakota del Norte). Límites por factorización.
<https://es.scribd.com/document/437032883/Limites-Por-Factorizacion>
2. Valdespino Jiménez, YM (2023). Límites por factorización . Universidad Autónoma del Estado de México, Facultad de Economía.
<https://es.scribd.com/document/437032883/Limites-Por-Factorizacion>
3. Ayres, F., & Mendelson, E. (2001). Cálculo. Colombia: Mc Graw Hill.
4. Budnick, F. (1980). Matemáticas Aplicadas para Administración, Economía y Ciencias
5. Límites al infinito. Jimdo.
<https://jcastrom.jimdofree.com/matematica/c%C3%A1lculo-diferencial/l%C3%ADmites-al-infinito/>