



**PASIÓN POR EDUCAR**

# Resumen

**Yelitza Aylin Argueta Hurtado**

**Tercer parcial**

**Dr. Carlos Alberto del Valle López**

**Biomatemáticas**

**Segundo "C"**

**PASIÓN POR EDUCAR**

Comitán de Domínguez Chiapas

## LIMITES

El concepto de límite es fundamental en las matemáticas, especialmente en el cálculo y el análisis matemático. Un límite describe el valor al que se aproxima una función o secuencia conforme sus valores se acercan a un punto determinado. Esta idea permite definir con precisión nociones clave como la continuidad, la derivación y la integración.

El límite de una función o una sucesión describe el comportamiento de esta cuando su variable independiente se acerca a un valor dado (finito o infinito). De forma intuitiva, si una función  $f(x)$  se aproxima a un número  $L$  cuando  $x$  se acerca a  $c$ , decimos que el límite de la función cuando  $x$  tiende a  $c$  es  $L$ .

En matemáticas, el límite de una función en un punto se expresa como  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ , lo que indica que, cuando  $x$  se acerca a  $c$ , la función  $f(x)$  tiende a un valor  $L$ . Este concepto es esencial para estudiar el comportamiento de funciones en puntos críticos y en el infinito. Además, los límites laterales y los límites infinitos permiten analizar situaciones donde las funciones no están definidas en ciertos puntos o tienden a valores infinitos.

El concepto de límite también es crucial en la definición de la derivada, que mide la tasa de cambio instantánea de una función, y en la integral, que permite calcular áreas bajo curvas y volúmenes en el espacio. Estos conceptos son fundamentales en aplicaciones prácticas de la física, la ingeniería y otras ciencias exactas. Más allá de las matemáticas, la idea de límite también tiene aplicaciones en la filosofía y en la vida cotidiana, donde se usa para describir restricciones, fronteras y aproximaciones a estados ideales.

Límite de una función en un punto: Consideremos la función  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ . Si sustituimos directamente  $x = 2$ , obtenemos una indeterminación  $\frac{0}{0}$ . Sin embargo, factorizando el numerador como  $(x - 2)(x + 2)$ , podemos simplificar la expresión a  $x + 2$  para todos los valores distintos de  $x = 2$ . Por lo tanto, el límite es:

Límite de una función trigonométrica: Consideremos la función . Cuando se acerca a 0, la función no está definida en ese punto, pero se puede demostrar que:

El concepto de límite es fundamental en las matemáticas, especialmente en el cálculo y el análisis matemático. Un límite describe el valor al que se aproxima una función o secuencia conforme sus valores se acercan a un punto determinado. Dependiendo del tipo de comportamiento de la función, los límites pueden clasificarse en distintos tipos.

Límites finitos y infinitos

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(5^x + 3^x + 2^x)}{\ln(5^x + 2^x)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(5^x \cdot \left(1 + \frac{3^x}{5^x} + \frac{2^x}{5^x}\right)\right)}{\ln\left(5^x \cdot \left(1 + \frac{2^x}{5^x}\right)\right)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(5^x) + \ln\left(1 + \frac{3^x}{5^x} + \frac{2^x}{5^x}\right)}{\ln(5^x) + \ln\left(1 + \frac{2^x}{5^x}\right)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \ln(5) + \ln\left(1 + \frac{3^x}{5^x} + \frac{2^x}{5^x}\right)}{x \cdot \ln(5) + \ln\left(1 + \frac{2^x}{5^x}\right)}$$

		VALOR DEL LÍMITE DE LA FUNCIÓN f(x)	
		LÍMITE FINITO	LÍMITE INFINITO
Valor al que tiende X	FINITO	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
	INFINITO	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Límite finito: Un límite es finito cuando la función se aproxima a un valor real definido a medida que la variable independiente se acerca a un punto determinado. Por ejemplo:

En este caso, al acercarse a 2, la función toma valores cada vez más cercanos a 7.

Límite infinito: Se presenta cuando la función crece o decrece sin límite a medida que la variable se acerca a cierto valor. Por ejemplo:

Esto indica que a medida que se aproxima a 0, la función crece sin acotación.

Límites laterales

Los límites laterales ocurren cuando se analiza el comportamiento de una función al acercarse a un punto desde la izquierda o la derecha.

Límite por la derecha: Se expresa como:

Indica el valor al que se aproxima la función cuando  $x$  tiende a  $a$  desde valores mayores.

Límite por la izquierda: Se expresa como:

Representa el valor al que se aproxima la función cuando  $x$  se acerca a  $a$  desde valores menores.

Si los límites laterales son iguales, entonces el límite de la función en ese punto existe y es igual a ese valor. Si difieren, el límite no existe.

Límites en el infinito

Los límites en el infinito se analizan cuando la variable independiente crece o decrece sin restricción. Por ejemplo:

Indica que, conforme  $x$  se vuelve muy grande, la función se acerca a 0.

Límites indeterminados

En algunas situaciones, al calcular un límite, se obtiene una forma indeterminada como  $\frac{0}{0}$  o  $\frac{\infty}{\infty}$ . Para resolver estos casos, se aplican técnicas como factorización, racionalización.

En conclusión, el concepto de límite es una herramienta fundamental en las matemáticas y otras disciplinas. Su comprensión permite desarrollar modelos matemáticos precisos, resolver problemas complejos y explorar el comportamiento de funciones en distintos contextos.

## DERIVACIONES

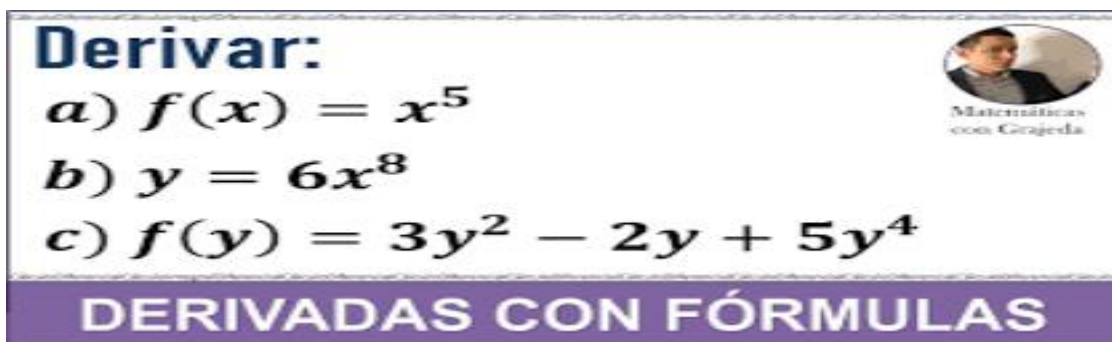
Las derivadas son un concepto central en el cálculo, una rama de las matemáticas que estudia el cambio y el movimiento. En términos sencillos, la derivada de una función en un punto representa la tasa de cambio instantánea de esa función en ese punto específico. Este concepto no solo es fundamental

para las matemáticas, sino que también tiene aplicaciones prácticas en diversas disciplinas, como la física, la economía y la ingeniería.

Las derivadas tienen numerosas aplicaciones prácticas. En física, se utilizan para calcular la velocidad y la aceleración de un objeto en movimiento. En economía, las derivadas permiten analizar cómo varían las funciones de costo y ingreso con respecto a la producción, ayudando a maximizar beneficios o minimizar costos.

Desde un punto de vista teórico, las derivadas son esenciales para el desarrollo del cálculo diferencial, una de las ramas más importantes de las matemáticas. El cálculo diferencial se centra en el estudio de las tasas de cambio y su relación con las integrales, lo que constituye el teorema fundamental del cálculo. Este teorema establece que la derivación y la integración son operaciones inversas, lo que permite resolver problemas complejos en matemáticas y ciencias aplicadas.

En conclusión, las derivadas son una herramienta fundamental en el cálculo, con un amplio espectro de aplicaciones en diversas disciplinas. Su capacidad para describir y analizar el cambio las convierte en un pilar esencial de las matemáticas y la ciencia. El estudio de las derivadas y su aplicación en problemas prácticos sigue siendo crucial para avanzar en el conocimiento científico y en la resolución de desafíos en el mundo real.



**Derivar:**

a)  $f(x) = x^5$

b)  $y = 6x^8$

c)  $f(y) = 3y^2 - 2y + 5y^4$

Matemáticas con Grajeda

**DERIVADAS CON FÓRMULAS**

## FACTORIZACION

La factorización es un proceso fundamental en el campo de las matemáticas que consiste en descomponer un número o una expresión algebraica en productos de factores más simples. Este concepto es esencial no solo en la teoría

matemática, sino también en su aplicación a diversas áreas como la física, la ingeniería, la economía y la computación.

## Definición de Factorización

En términos simples, la factorización implica expresar un número o una expresión como el producto de otros números o expresiones. Por ejemplo, el número 12 se puede factorizar como  $3 \times 4$  o como  $2 \times 2 \times 3$ . En el caso de las expresiones algebraicas, un polinomio como  $x^2 - 5x + 6$  se puede factorizar como  $(x-2)(x-3)$ . La factorización permite simplificar problemas complejos, facilitando la resolución de ecuaciones y el análisis de funciones.

## Métodos de Factorización

Existen varios métodos para llevar a cabo la factorización, dependiendo del tipo de expresión que se esté trabajando. Algunos de los métodos más comunes incluyen:

**Factorización por extracción de factor común:** Consiste en identificar un factor común en todos los términos de una expresión. Por ejemplo, en  $6x^2 + 9x$ , el factor común es  $3x$ , por lo que se puede factorizar como  $3x(2x+3)$ .

**Factorización de trinomios:** Se aplica principalmente a polinomios de segundo grado. Por ejemplo, el trinomio  $x^2 + 5x + 6$  se puede factorizar en  $(x+2)(x+3)$ . Este método implica encontrar dos números que multiplicados den el término independiente y sumados den el coeficiente del término lineal.

**Diferencia de cuadrados:** Esta es una técnica utilizada cuando se tiene una expresión de la forma  $a^2 - b^2$ , que se puede factorizar como  $(a-b)(a+b)$ . Por ejemplo,  $x^2 - 9$  se factoriza como  $(x-3)(x+3)$ .

**Factorización por agrupación:** Este método es útil cuando se trabaja con polinomios de cuatro o más términos. Implica agrupar los términos de manera que se pueda extraer un factor común en cada grupo.

de muchas disciplinas que dependen de conceptos matemáticos. A medida que continuamos explorando y aplicando la factorización, se revela su importancia como un pilar fundamental del pensamiento matemático.

**FÓRMULAS DE FACTORIZACIÓN**

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 = (x + a)^3$$

$$x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3 = (x - a)^3$$

$$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$$

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$x^{2n} - a^{2n} = (x^n - a^n)(x^n + a^n)$$

Si n es impar entonces:

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-1})$$

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots + a^{n-1})$$

@guiaparaestudiantes

$$(x+a)(x+b) = x^2 + cx + d$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$a+b=c \quad ab=d$$

## BIBLIOGRAFÍAS

1. Stewart, James. Cálculo de una Variable. Cengage Learning, 2015. Este libro proporciona una introducción clara al cálculo, incluyendo secciones sobre factorización y su aplicación en problemas algebraicos.
2. Blitzer, Robert. Álgebra y Trigonometría. Pearson, 2018. Este texto ofrece una explicación exhaustiva de la factorización de polinomios y sus diversas técnicas.
3. Gelfand, I. M., y Shen, S. (2008). *Fundamentos de Matemáticas*. American Mathematical Society. Este libro cubre diversos conceptos matemáticos, incluyendo la factorización y su relevancia en la resolución de ecuaciones.
4. Pólya, George. *Cómo plantear y resolver problemas*. Wiley, 1945. Aunque no se centra exclusivamente en la factorización, este libro es un recurso excelente sobre el pensamiento matemático, que incluye estrategias relacionadas.