Ensayo

Pavel Andrei Rojas Alvarez

Ensayo "Derivadas e integrales"

2do Parcial

Biomatemáticas

Dr. Carlos Alberto del Valle López

Licenciatura en medicina humana

2 Semestre

Grupo B

Comitán de Domínguez, Chiapas a 12 de Abril de 2025

En cálculo diferencial y análisis matemático, la derivada de una función es la razón de cambio instantánea con la que varía el valor de dicha función matemática, según se modifique el valor de su variable independiente.

La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se torna cada vez más pequeño.
Por eso se habla del valor de la derivada de una función en un punto dado.

La derivada de la función en el punto marcado es equivalente a la pendiente de la recta tangente.

Un ejemplo habitual aparece al estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad de dicho objeto para todos los momentos.

Un avión que realice un vuelo transatlántico de 4500 km entre las 12:00 y las 18:00, viaja a una velocidad media de 750 km/h. Sin embargo, puede estar viajando a velocidades mayores o menores en distintos tramos de la ruta.

En particular, si entre las 15:00 y las 15:30 recorre 400 km, su velocidad media en ese tramo es de 800 km/h.

Para conocer su velocidad instantánea a las 15:20, por ejemplo, es necesario calcular la velocidad media en intervalos de tiempo cada vez menores alrededor de esta hora: entre las 15:15 y las 15:25, entre las 15:19 y las 15:21.

Entonces el valor de la derivada de una función en un punto puede interpretarse geométricamente, ya que se corresponde con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto.

La recta tangente es, a su vez, la gráfica de la mejor aproximación lineal de la función alrededor de dicho punto.

La noción de derivada puede generalizarse para el caso de funciones de más de una variable con la derivada parcial y el diferencial.

El concepto de derivada es uno de los conceptos básicos del análisis matemático.

Los otros son los de integral definida e indefinida, sucesión; sobre todo, el concepto de límite.

Este es usado para la definición de cualquier tipo de derivada y para la integral de Riemann, sucesión convergente y suma de una serie y la continuidad.

Por su importancia, hay un antes y un después de tal concepto que biseca las matemáticas previas, como el álgebra, la trigonometría o la geometría analítica, del cálculo. Según Albert Einstein, el mayor aporte que se obtuvo de la derivada fue la posibilidad de formular diversos problemas de la física mediante ecuaciones diferenciales.

La derivada es un concepto que tiene variadas aplicaciones. Se aplica en aquellos casos donde es necesario medir la rapidez con que se produce el cambio de una magnitud o situación.

Es una herramienta de cálculo fundamental en los estudios de Física, Química y Biología, o en ciencias sociales como la Economía y la Sociología.

Por ejemplo, cuando se refiere a la gráfica de dos dimensiones de

f

{\displaystyle f}, se considera la derivada como la pendiente de la recta tangente del gráfico en el punto

x

{\displaystyle x}. Se puede aproximar la pendiente de esta tangente como el límite cuando la distancia entre los dos puntos que determinan una recta secante tiende a cero, es decir, se transforma la recta secante en una recta tangente.

Con esta interpretación, pueden determinarse muchas propiedades geométricas de los gráficos de funciones, tales como monotonía de una función (si es creciente o decreciente) y la concavidad o convexidad.

Algunas funciones no tienen derivada en todos o en alguno de sus puntos. Por ejemplo, una función no tiene derivada en los puntos en que se tiene una tangente vertical, una discontinuidad o un punto anguloso.

Afortunadamente, gran cantidad de las funciones que se consideran en las aplicaciones prácticas son continuas y su gráfica es una curva suave, por lo que es susceptible de derivación.

Las funciones que son diferenciables (derivables si se habla en una sola variable), son aproximables linealmente.

La integración es un concepto fundamental del cálculo y del análisis matemático.

Básicamente, una integral es una generalización de la suma de infinitos sumandos, infinitesimalmente pequeños: una suma continua. La integral es la operación inversa al diferencial de una función.

La integral definida de una función representa el área limitada por la gráfica de la función, en un sistema de coordenadas cartesianas con signo positivo cuando la función toma valores positivos y signo negativo cuando toma valores negativos.

El cálculo integral, encuadrado en el cálculo infinitesimal, es una rama de las matemáticas en el proceso de integración o antiderivación.

Es muy común en la ingeniería y en la ciencia; se utiliza principalmente para el cálculo de áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución.

Fue usado por primera vez por científicos como René Descartes, Isaac Newton, Gottfried Leibniz e Isaac Barrow.

Los trabajos de este último y los aportes de Leibniz y Newton generaron el teorema fundamental del cálculo integral, que propone que la derivación y la integración son procesos inversos.

Los principios de la integración fueron formulados por Newton y Leibniz a finales del siglo xvii.

A través del teorema fundamental del cálculo, que desarrollaron los dos de forma independiente, la integración se conecta con la derivación, y la integral definida de una función se puede calcular fácilmente una vez se conoce una antiderivada.

Las integrales y las derivadas pasaron a ser herramientas básicas del cálculo, con numerosas aplicaciones en ciencia e ingeniería.

Bernhard Riemann dio una definición rigurosa de la integral. Se basa en un límite que aproxima el área de una región curvilínea a base de partirla en pequeños trozos verticales.

A comienzos del siglo xix, empezaron a aparecer nociones más sofisticadas de la integral, donde se han generalizado los tipos de las funciones y los dominios sobre los cuales se hace la integración.

La integral curvilínea se define para funciones vectoriales de una variable, y el intervalo de integración [a,b] se sustituye por el de la parametrización de la curva sobre la cual se está integrando, la cual, conecta dos puntos del plano o del espacio.

En una integral de superficie, la curva se sustituye por un trozo de una superficie en el espacio tridimensional.
Las integrales de las formas diferenciales desempeñan un papel fundamental en la geometría diferencial moderna.

Estas generalizaciones de la integral surgieron primero a partir de las necesidades de la física, y tienen un papel importante en la formulación de muchas leyes físicas cómo, por ejemplo, las del electromagnetismo.

Los conceptos modernos de integración se basan en la teoría matemática abstracta conocida como integral de Lebesgue, que fue desarrollada por Henri Lebesgue.

Bibliografía

1. Derivadas: definición y reglas básicas | Cálculo diferencial. (n.d.). Khan Academy. https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus/dc-diff-intro

2. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO ESCUELA PREPARATORIA DE IXTLAHUACO. (n.d.). https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa_ixtlahuaco/2019/4/Calculo.pdf

3. Cálculo integral: definiciones y conceptos fundamentales. (n.d.). Calculointegral.com. https://calculointegralweb.com/

4. La integral definida - hiru. (n.d.). Www.hiru.eus. https://www.hiru.eus/es/matematicas/la-integral-definida