DERIVADAS

Jeshua Villatoro López

Segunda unidad

Biomatematicas

Licenciatura en Medicina Humana

Ensayo

Segundo Semestre

Comitán de Domínguez Chiapas, 13 abril del 2025

Introducción

La derivada es una herramienta fundamental del cálculo que permite analizar cómo cambia una cantidad respecto a otra. Es útil especialmente para estudiar fenómenos como la velocidad, el crecimiento o la pendiente de una curva. Existen distintas técnicas y enfoques para derivar funciones, dependiendo de cómo estén expresadas.

Entre estos métodos se encuentran:

- **La derivación implícita** , que se utiliza cuando una función está dada de forma implícita, es decir, cuandoyyyno está despejada en términos deincógnitaincógnitaincógnita. En estos casos, se aplica la derivación a ambos lados de la ecuación considerando queyyyTambién depende deincógnitaincógnitaincógnita.
- **La diferenciación logarítmica** , una técnica útil cuando la función involucra productos, cocientes o potencias con variables en la base y el exponente. Al aplicar logaritmos, se simplifica la expresión antes de derivar.
- **Las derivadas de orden superior** , que se obtienen al derivar más de una vez. Estos permiten estudiar no solo el cambio instantáneo de una función, sino también aspectos más complejos como la aceleración o la concavidad.

1. Límites

Definición de Límite

El límite de una función describe el comportamiento de la misma cuando la variable independiente se acerca a un determinado valor. Matemáticamente, se expresa como:

lim⁡x→af(x)=L\lim_{x \to a} f(x) = L

Esto significa que, a medida que xx se acerca a aa, los valores de f(x)f(x) se aproximan a LL.

Propiedades de los Límites

Algunas propiedades fundamentales de los límites incluyen:

- lim⁡x→a(f(x)+g(x))=lim⁡x→af(x)+lim⁡x→ag(x)\lim_{x \to a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)
- lim⁡x→a(f(x)g(x))=lim⁡x→af(x)·lim⁡x→ag(x)\lim_{x \to a} (f(x) g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)
- lim⁡x→a(f(x)g(x))=lim⁡x→af(x)lim⁡x→ag(x)\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}, siempre que lim⁡x→ag(x)≠0\lim_{x \to a} g(x) \neq 0

Ejercicio

Calculemos el siguiente límite:

lim⁡x→2x2−4x−2\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}

Factorizamos el numerador:

lim⁡x→2(x−2)(x+2)x−2\lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2}

Cancelamos x−2x-2:

lim⁡x→2(x+2)=4\lim_{x \to 2} (x+2) = 4

Por lo tanto, el límite es 4.

2. Derivadas

Definición de Derivada

La derivada de una función representa la tasa de cambio instantánea de la misma. Matemáticamente, se define como:

f′(x)=lim⁡h→0f(x+h)−f(x)hf'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}

Reglas de Derivación

Algunas reglas básicas de derivación incluyen:

- ddx(c)=0\frac{d}{dx} (c) = 0 (derivada de una constante)
- ddx(xn)=nxn−1\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1} (derivada de una potencia)
- ddx(f(x)+g(x))=f′(x)+g′(x)\frac{d}{dx} (f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x) (suma de funciones)
- ddx(f(x)g(x))=f(x)g′(x)+g(x)f′(x)\frac{d}{dx} (f(x) g(x)) = f(x) g'(x) + g(x) f'(x) (producto de funciones)
- ddx(f(x)g(x))=f′(x)g(x)−f(x)g′(x)g(x)2\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2} (regla del cociente)

Ejercicio

Calculemos la derivada de:

f(x)=x3−5x2+7x−2f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2

Aplicamos la regla de la potencia:

f′(x)=3x2−10x+7f'(x) = 3x^2 - 10x + 7

Esto significa que la tasa de cambio de f(x)f(x) en cualquier punto xx está dada por 3x2−10x+73x^2 - 10x + 7.

Conclusión

Los límites y derivadas son herramientas esenciales en el cálculo, permitiendo analizar el comportamiento de funciones y determinar tasas de cambio. Los límites proporcionan información sobre la tendencia de una función en un punto dado, mientras que las derivadas nos permiten calcular pendientes y cambios instantáneos. Comprender estos conceptos es fundamental para abordar problemas matemáticos avanzados.