Ensayo

Carlos Hernández Méndez

Primer parcial

Segundo Semestre

Grupo B

BIOMATEMATICAS

Medicina Humana

Comitán de Domínguez, Chiapas a 7 de Marzo 2025

Los límites son una herramienta esencial para comprender el comportamiento de una función cuando la variable se acerca a un punto específico. Dentro de este concepto, los límites unilaterales desempeñan un papel fundamental, ya que nos permiten analizar la función desde un solo lado: la izquierda o la derecha. Estos límites son especialmente útiles en funciones con discontinuidades, así como en el estudio de asíntotas y derivadas. En este ensayo, exploraremos la definición, importancia y aplicación de los límites unilaterales, junto con algunos ejemplos prácticos.

Un límite unilateral se define cuando analizamos el comportamiento de una función f(x)f(x)f(x) cuando la variable x se acerca a un valor (a) alfa, desde un solo lado.

Si los límites unilaterales por la izquierda y por la derecha son iguales, el límite bilateral existe. Si no son iguales, el límite no existe.

Importancia de los Límites Unilaterales

Los límites unilaterales tienen muchas aplicaciones en matemáticas y otras disciplinas:

Análisis de discontinuidades: Permiten determinar si una función es continua en un punto o si tiene una discontinuidad de salto.

Funciones definidas a trozos: Son esenciales para evaluar funciones que tienen diferentes expresiones en distintos intervalos.

Cálculo de derivadas: La derivada en un punto se define a partir de límites, por lo que los límites unilaterales ayudan a determinar si una función es derivable en un punto.

Aplicaciones en la física y la ingeniería: Se usan para modelar fenómenos como el choque de partículas o el comportamiento de circuitos eléctricos en puntos de cambio brusco.

Límites Unilaterales Infinitos

En algunos casos, la función tiende a infinito cuando x se aproxima a un punto desde un solo lado.

Los límites unilaterales no solo son herramientas teóricas, sino que también tienen aplicaciones prácticas en diferentes campos:

Física: Se usan para describir fenómenos como la velocidad instantánea en movimientos con cambios bruscos (por ejemplo, un objeto que choca y rebota).

Economía: Ayudan a modelar situaciones donde una función tiene valores diferentes dependiendo del contexto, como precios antes y después de impuestos.

Ingeniería: Son clave en análisis de circuitos eléctricos donde ciertas señales tienen cambios repentinos en voltaje.

La continuidad de una función en un punto x=a depende de los límites unilaterales. Para que una función sea continua en x=a deben cumplirse tres condiciones:

F(a) está definida.

Lim x>a- f(x) = Lim x>a+ f(x)

Cuando resolvemos límites con frecuencia necesitamos operar con el infinito. Sin embargo, debemos recordar que el infinito no es un número. En algunas ocasiones lo vamos a operar como un número con el fin de encontrar límites, no obstante, debemos tener en cuenta que en muchas ocasiones el infinito no se comporta como un número.

Existen algunas ocasiones donde la operación con el infinito está indeterminada. Esta es una de esas ocasiones donde infinito no se comporta como un número. Cuando nos encontramos con algunas de esas operaciones indeterminadas, debemos hacer una ligera modificación a la función a la cual estamos calculando el límite con el fin de evitar la indeterminación. Esto se conoce como “evitar la indeterminación”.

$$\mathrm{L} = \lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

primero, que si "evaluamos en infinito", obtenemos una forma indeterminada

$$\mathrm{L} = \lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x} \right) = \infty - \infty$$

Como el valor de $\infty - \infty$ no está determinado, necesitamos realizar una manipulación algebraica de nuestra función.

Para manipular algebraicamente los límites con el fin de eliminar la resta de infinitos. Esto se logra “racionalizando” (es decir, multiplicar y dividir por el conjugado):

$$
\begin{aligned}
L &= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-x}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x-x^2+x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}} = -\frac{\infty}{\infty}
\end{aligned}
$$

Si evaluamos en infinito, volvemos a tener una nueva indeterminación. En este caso se trata de una indeterminación . Para deshacernos de esta indeterminación debemos realizar otra manipulación algebraica. En este caso se trata de multiplicar y dividir por :

$$
\begin{aligned}
L &= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}} \cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{-2}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}} = \frac{-2}{2} = -1
\end{aligned}
$$

BIBLIOGRAFÍA

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/ejercicios-de-limites-de-funciones.html

https://www.matesfacil.com/BAC/limites/ejercicios-resueltos-limites-1.html

https://openstax.org/books/prec%C3%A1lculo-2ed/pages/12-2-hallar-los-limites-propiedades-de-los-limites