Ensayo

Miriam Gómez Gómez

Ensayo

Primer parcial

Biomatemeticas

Dr. Carlos Alberto del valle López

Medicina Humana

Segundo "B"

Comitán de Domínguez, Chiapas a 08 de marzo del 2025

los Límites

Concepto y Definición Formal de Límites

El límite de una función describe el valor al que ésta se aproxima cuando su variable independiente se acerca a un punto específico. En un sentido intuitivo, se puede pensar en el límite como la “meta” que la función intenta alcanzar, aun cuando ésta no llegue a tomar necesariamente dicho valor.

Importancia Conceptual

La noción de límite permite el manejo riguroso de situaciones en las cuales el comportamiento de la función es “problemático” o indeterminado mediante técnicas precisas. Por ejemplo, en el cálculo de derivadas, se analiza la razón de cambio instantánea como el límite del cociente de incrementos, haciendo posible la transición de la variación discreta a la variación continua.

Límites Unilaterales

A diferencia de los límites generales, que estudian el comportamiento de una función cuando la variable se aproxima a un punto desde ambos lados, los límites unilaterales se concentran en la aproximación desde una única dirección. Esto es especialmente útil en funciones definidas a trozos o en situaciones donde la función presenta discontinuidades.

Definición y Notación

- **Límite por la derecha:** Se denota por $\lim_{x \to c^+} f(x)$ y analiza el comportamiento de *f(x)* cuando *x* se aproxima a *c* desde valores mayores que *c* ($x > c$).
- **Límite por la izquierda:** Se denota por $\lim_{x \to c^-} f(x)$ y examina el comportamiento cuando *x* se aproxima a *c* desde valores menores que *c* ($x < c$).

Para que una función tenga un límite en *c* (en el sentido bilateral), es necesario que ambos límites unilaterales existan y sean iguales.

Ejemplo Ilustrativo

Consideremos la función a trozos:

f(x)={x+1,si x<23x−4,si x≥2f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } x < 2 \\ 3x - 4, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}f(x)={x+1,3x−4,si x<2si x≥2

- **Límite por la izquierda (x → 2⁻):**
  Al aplicar la parte de la función correspondiente a x<2x < 2x<2:

  limx→2−f(x)=limx→2−(x+1)=2+1=3.\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} (x + 1) = 2 + 1 = 3.x→2−limf(x)=x→2−lim(x+1)=2+1=3.

- **Límite por la derecha (x → 2⁺):**
  Usando la parte correspondiente a x≥2x \geq 2x≥2:

  limx→2+f(x)=limx→2+(3x−4)=3(2)−4=2.\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (3x - 4) = 3(2) - 4 = 2.x→2+limf(x)=x→2+lim(3x−4)=3(2)−4=2.

Dado que los límites unilaterales no coinciden, concluimos que el límite bilateral en x=2x = 2x=2 no existe. Este ejemplo subraya la importancia de evaluar la dirección de aproximación para entender la continuidad y la estabilidad del comportamiento de la función en puntos críticos.

Límites al Infinito y su Relevancia

Cuando se estudia el comportamiento de una función para valores extremadamente grandes (o pequeños en el caso de −∞-\infty−∞), se introducen los conceptos de límites al infinito. Estos límites ayudan a comprender la tendencia de una función en regiones donde los valores de la variable independiente se alejan indefinidamente del origen.

Límites al Infinito

El límite al infinito se refiere al valor al que se aproxima la función cuando xxx tiende a +∞+\infty+∞ o −∞-\infty−∞. En muchas funciones racionales, la comparación de los grados del numerador y el denominador permite determinar si la función se estabiliza en un valor constante o sigue creciendo (o decreciendo) sin límite.

Ejemplo

Consideremos la función:

f(x)=2xx+1.f(x) = \frac{2x}{x + 1}.f(x)=x+12x.

Para evaluar el límite cuando xxx tiende a +∞+\infty+∞:

limx→+∞2xx+1=limx→+∞21+1x=21+0=2.\lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2}{1 + 0} = 2.x→+∞limx+12x =x→+∞lim1+x12=1+02=2.

Esto nos indica que, aunque xxx crece sin límite, la función se aproxima a 2, estableciendo una asíntota horizontal en y=2y = 2y=2.

Límites Infinitos

Por otro lado, un límite infinito se refiere a situaciones en las cuales, al aproximarse la variable independiente a un valor finito, la función crece sin restricción positiva o negativa. Esto suele ocurrir en funciones que presentan asíntotas verticales.

Ejemplo

Examinemos la función:

g(x)=1x−2.g(x) = \frac{1}{x - 2}.g(x)=x−21.

Analicemos el comportamiento al aproximarse xxx a 2:

- **Desde la derecha ($x \to 2^+$):**

  lim⁡x→2+1x−2=+∞,\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x - 2} = +\infty,x→2+limx−21=+∞,

  ya que el denominador se vuelve un número positivo muy pequeño.

- **Desde la izquierda ($x \to 2^-$):**

  lim⁡x→2−1x−2=−∞,\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x - 2} = -\infty,x→2−limx−21=−∞,

  ya que el denominador es negativo y su magnitud se acerca a cero.

Estos comportamientos señalan que en x=2x = 2x=2 existe una discontinuidad infinita, representada gráficamente por una asíntota vertical.

Bibliografía

1. Weisstein, E. W. (2020). *Limit*. MathWorld—A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/Limit.html
2. Admin. (2022, 10 octubre). *Infinity in Maths (Definition, Meaning, Symbol & Properties)*. BYJUS. https://byjus-com.translate.goog/maths/infinity/?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=es&_x_tr_hl=es&_x_tr_pto=sge#:~:text=Infinity%20Meaning,change%20on%20the%20original%20number.
3. *Calculus I - Infinite limits*. (s. f.). https://tutorial-math-lamar-edu.translate.goog/classes/calci/infinitelimits.aspx?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=es&_x_tr_hl=es&_x_tr_pto=tc