Ensayo

Geraldine García Roblero

Primer parcial 1

Biomatematicas

Dr. Del Valle Lopez Carlos Alberto

Licenciatura en Medicina Humana

2° "A"

Comitán de Domínguez, Chiapas a 9 de marzo del 2025

Límites

Los límites son un concepto esencial en matemáticas que se utiliza para explicar cómo se comporta una función a medida que se acerca a un valor específico. El valor al que se aproxima la función cuando la entrada se acerca arbitrariamente a cierto punto está representado por el límite de una función en ese punto.

Los límites tienen varias propiedades y aplicaciones en diferentes ramas de las matemáticas y más allá. Los límites son una herramienta crucial en el análisis matemático porque nos ayudan a comprender y caracterizar cómo se comportan las funciones y las ideas matemáticas en diversas situaciones.

$$f(-1) = \frac{2(-1)+2}{3(-1)} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x+2}{3x} = 0$$

$$\lim_{x\to -7} \frac{3x}{\sqrt{2-x}} \qquad \lim_{x\to -3} \frac{3x+2}{11-x}$$

$$\lim_{x\to 3} x^2 + 3x \qquad \lim_{x\to 0} (2x-2)^3$$

Límites al infinito:

En matemática cuando nos referimos al ∞, se hace referencia a un valor muy grande no definido. La palabra infinito proviene del latín infinitus, que significa sin límite o indeterminado, como por ejemplo si se desea conocer el numero de hojas de un árbol seria casi imposible contarlas por tanto se dice que tiene infinitas hojas.

Cuando la función F(x) llega a adquirir valores que crecen continuamente, es decir, la función se hace tan grande como queramos. Se dice que F(x) diverge a infinito. Para ello, el valor al que tienda la variable independiente x puede ser tanto a un número finito, como tender al infinito (límites al infinito).

$$\lim_{x\to\infty} (x^3 + 2x + \frac{1}{x})$$

– Solución

$$= (\infty^3 + 2(\infty) + \frac{1}{\infty})$$
$$= (\infty + (\infty) + 0)$$
$$= \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} (x^3 + 2x + \frac{1}{x})$$

– Solución

$$= (\infty^3 + 2(\infty) + \frac{1}{\infty})$$
$$= (\infty + (\infty) + 0)$$
$$= \infty$$

$$\lim_{x\to 3} (\frac{x^2+4}{2x-6})$$

– Solución

$$= (\frac{3^2+4}{(2.3)-6})$$
$$= (\frac{9+4}{6-6})$$
$$= (\frac{9+4}{6-6})$$
$$= (\frac{13}{0})$$
$$= \infty$$

Límites por factorización

El concepto de límites de una función por factorización se refiere a la técnica de simplificar una expresión algebraica para determinar el límite de una función cuando se acerca a un determinado valor.

Para calcular el límite de una función por factorización, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Simplificar la expresión algebraica de la función utilizando técnicas de factorización. Esto implica descomponer la función en factores más simples.
2. Evaluar el límite de cada factor individualmente. Esto se hace sustituyendo el valor al que se acerca la variable en cada factor.
3. Multiplicar los límites obtenidos en el paso anterior para obtener el límite de la función original.

Es importante tener en cuenta que este método solo se aplica cuando la función se puede factorizar. Si la función no se puede factorizar, se deben utilizar otras técnicas para calcular el límite, como el uso de reglas de límites o la aplicación directa del teorema del límite central.

Existen muchos métodos para calcular una indeterminación en cuanto a límites de una función para poder obtener un resultado distinto a este, para ello es necesario quitar o eliminar la indeterminación. Para poder realizar esto se necesita factorizarlo de cualquier método que sea posible:

En primer lugar debemos saber si la función del límite es indeterminado, podemos saber esto solo reemplazando el valor de “x” en la función y realizar según vamos observando el ejercicio, si el resultado obtenido nos da el valor de:

$$\frac{0}{0}\ \textit{pues sabemos que podeos factorizar dicha funcion.}$$

Factor común:

Como tenemos conocimientos cuando encontramos una indeterminación en un ejercicio de límite ósea cero sobre cero(0/0) . Debemos encontrar la manera de eliminar los factores que están causando dicha indeterminación.

Entonces debemos aplicar conocimientos de factores, en este caso aplicaremos factor común que consiste en aplicar la propiedad distributiva a cada una de los factores.

$$ax^2 + bx + cx = x(ax + b + c)$$

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 3x}{2x^3 - x^2 + x}$$

Al reemplazar el limite en la función observamos que nos queda una indeterminación.

$$\lim_{x \to 0} \frac{(0)^2 + 3(0)}{2(0)^3 - (0)^2 + (0)} = \frac{0}{0}$$

Aplicamos factor común en el numerador y denominador de la función.

$$\lim_{x \to 0} \frac{x\,(x + 3)}{x\,(2x^2 - x + 1)}$$

Si nos percatamos al realizar esta operación podemos eliminar la “x”:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}\,(x + 3)}{\cancel{x}\,(2x^2 - x + 1)} \quad \lim_{x \to 0} \frac{(x + 3)}{(2x^2 - x + 1)}$$

Procedemos a reemplazar la x en la función:

Aplicando la diferencia de cuadrados podemos dividir el numerador en dos términos como observamos y poder simplificar así el denominador también:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} \quad \mathrm{f}(0) = \frac{(\,(0) + 3)}{(\,2\,(0)^2 - (0) + 1)} = 3$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x + 1)\cancel{(x - 1)}}{\cancel{x - 1}}$$

Como podemos ver la indeterminación ha sido eliminada quedándonos:

$$\lim_{x \to 1} x + 1 = 1 + 1 = 2$$

Ejemplos:

1.
$$\lim_{x\to 6} \frac{2-\sqrt{x-2}}{x^2-36} =$$
$$= \lim_{x\to 6} \frac{-1}{(x+6)\left(2+\sqrt{x-2}\right)} =$$
$$= \frac{-1}{12\cdot\left(2+\sqrt{4}\right)} = -\frac{1}{48}$$

2.
$$\lim_{x\to +\infty} \left(-5x^3 - x\sqrt{x}\right) =$$
$$= \lim_{x\to +\infty} \left(-5x^3 - x\cdot x^{\frac{1}{2}}\right) =$$
$$= \lim_{x\to +\infty} \left(-5x^3 - x^{\frac{3}{2}}\right) =$$
$$= -5\cdot(+\infty) = -\infty$$

3.
$$\lim_{x\to 0} \frac{3x^2+2x}{x} = \frac{3(0)^2+2(0)}{0} = \frac{0}{0}$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{x(3x+2\ )}{x} = (3x+2)$$
$$= 3(0)+2 = 2$$

4.
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \left[\frac{0}{0}\right] \text{ INDET.}$$
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} =$$
$$= \lim_{x\to 3}(x+3) = 6$$

Referencia bibliográfica:

1. Khan Academy. (s. f.).
2. Santana, Y. M. (2016, 25 abril). Factorización + limites [Diapositivas]. SlideShare.
3. Llara. (2017, 20 noviembre). Resolución de Limites por Factorizaciòn. MATEMATICAS UPSE.