MEDICINA HUMANA

Ensayo

Gabriela Merab López Vázquez

Biomatemáticas

Dr. Carlos Alberto Del Valle López

Grado: 2°

Grupo: “A”

Comitán de Domínguez Chiapas a 09 de marzo de 2025.

Límites

El matemático francés Augustine Louis Cauchy (1789-1857) fue el primero en desarrollar una definición rigurosa de límite (aunque ya era usado este concepto desde los antigüos griegos para el cálculo de áreas) de la siguiente manera:

"Cuando los valores atribuidos sucesivamente a una variable se aproximan indefinidamente a un valor fijo para llegar por último a diferir de ese valor en una cantidad tan pequeña como se desee, entonces dicho valor fijo recibe el nombre de límite de todos los demás valores."

En palabras más llanas decimos que: el límite de una función f (x) en el punto x0, es obtener el valor al que se va aproximando dicha función cuando x tiende a x0, pero sin llegar a ese punto.

La sintaxis matemática del límite es:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

donde **L** es el valor del límite.

Algunas propiedades matemáticas de los límites pueden facilitar en algunos casos los cálculos en funciones más complejas. Considerando dos funciones definidas en un mismo intervalo.

- **Unicidad del límite:** El límite de una función será único en caso de su existencia.
- **Límite de una constante:** El límite de una función constante **f (x) = k** será igual a la constante **k**.
  $\lim_{x \to a} k = k$
- **Suma y resta de límites:** El límite de la suma será la suma de los límites.

$$\lim_{x \to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

- **Producto de límites:** El límite del producto de una constante por una función será la constante por el límite de la función.

$$\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

Ejemplo:

Evaluar $\lim_{x \to -1}(x^3 - 3x + 2)$.

Solución: $\lim_{x \to -1}(x^3 - 3x + 2) =$

$(-1)^3 - 3(-1) + 2 = 4$

Límites al infinito:

Se dice que el límite infinito existe:

Cuando la función F(x) llega a adquirir valores que crecen continuamente, es decir, la función se hace tan grande como queramos. Se dice que F(x) diverge a infinito. Para ello, el valor al que tienda la variable independiente x puede ser tanto a un número finito, como tender al infinito (límites al infinito).

Los límites infinitos presentan varios casos, uno cuando la variable tiende a infinito ($x \to \infty$), significando que la variable X de la función toma valores arbitrariamente grandes y otro caso es cuando ($x \to a$) dando como resultado un valor infinito.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to \infty}(x^3 + 2x + \frac{1}{x})$$

$$= (\infty^3 + 2(\infty) + \frac{1}{\infty})$$

$$= (\infty + (\infty) + 0)$$

$$= \infty$$

Límites por factorización:

Los límites por factorización son una técnica matemática que se utiliza para determinar el límite de una función cuando se acerca a un valor específico. Esto se logra simplificando la expresión algebraica de la función.

Para calcular el límite de una función por factorización, se deben seguir los siguientes pasos:

Simplificar la expresión algebraica de la función utilizando técnicas de factorización. Esto implica descomponer la función en factores más simples.

Evaluar el límite de cada factor individualmente. Esto se hace sustituyendo el valor al que se acerca la variable en cada factor.

Multiplicar los límites obtenidos en el paso anterior para obtener el límite de la función original.

Es importante tener en cuenta que este método solo se aplica cuando la función se puede factorizar. Si la función no se puede factorizar, se deben utilizar otras técnicas para calcular el límite, como el uso de reglas de límites o la aplicación directa del teorema del límite central.

Factor común:

Un polinomio tiene factor común cuando una misma cantidad, ya sea número o letra, se encuentra en todos los términos del polinomio.

Para efectuar el factor común hay que tomar en cuenta que con la parte literal "letras" se toma la que tenga el menor exponente de todas y en la parte numérica se saca el Máximo común Divisor.

$$lim_{x\to -2} \quad \frac{x^2+2x}{x+2}$$

$$\frac{(-2)^2+2(-2)}{-2+2} = \frac{4-4}{0} = \frac{0}{0} \quad indeterminacion$$

$$\frac{x^2+2x}{x+2}$$

$$\frac{x(x+2)}{x+2} = \frac{x\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} = x$$

$$lim_{x\to -2} = -2$$

Diferencia de cuadrados:

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.
Se tiene el siguiente ejercicio:

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3}$$

Para comprobar si es una indeterminación, reemplazamos -3 en x:

$$\lim_{x \to -3} \frac{-3^4 - 81}{-3 + 3} = \frac{81 - 81}{0} = Indeterminación$$

Como es una indeterminación, procedemos a verificar los casos de factorización que podemos usar, en este caso diferencia de cuadrados perfectos y simplificamos la función:

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3} = \frac{(x^2 + 9)(x^2 - 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \to -3} \frac{(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \to -3} (x - 3)(x^2 + 9)$$

Una vez simplificada la función procedemos a reemplazar x, como el denominador ya fue simplificado, la indeterminación ha sido levantada.

$$\lim_{x \to -3} (-3 - 3)(-3^2 + 9)$$

$$\lim_{x \to -3} (-6)(9 + 9)$$

$$\lim_{x \to -3} - 108$$

Referencias:

1. Límites. (n.d.). Gmc.geofisica.unam.mx.

2. Limites al infinito - Calculodiferencial.com. (2024, 11 febrero). Calculodiferencial.com.

3. CASOS DE FACTORIZACIÓN. (2017, 20 noviembre). LIMITES POR FACTORIZACIÓN.