Ensayo

Royber Domínguez Hernández

1er Parcial

Biomatematicas

Dr. Carlos Alberto Del Valle López

Licenciatura en Medicina Humana

2° semestre

Comitán de Domínguez, Chiapas a 09 de marzo de 2025

Un límite puede entenderse como el valor hacia el cual tiende algo a medida que se acerca a una condición particular. A pesar de su sencillez aparente, los límites tienen una profundidad teórica y filosófica que impacta enormemente en cómo comprendemos tanto el mundo natural como el abstracto. En el campo de las matemáticas, el concepto de límite es esencial, sobre todo en el análisis y el cálculo diferencial, un límite describe el comportamiento de una función a medida que la variable independiente se acerca a un valor específico. Los límites permiten la comprensión de conceptos como la continuidad, la convergencia de secuencias y series, y la resolución de indeterminaciones, en problemas matemáticos complejos. Son herramientas cruciales que facilitan el entendimiento de cómo se comportan las funciones en puntos específicos o al acercarse al infinito. La ciencia misma tiene límites, ya que está constantemente sujeta a nuevas preguntas y descubrimientos que amplían nuestro conocimiento, pero también tiene fronteras en términos de lo que puede investigar con la tecnología y los métodos disponibles en cada momento. Existen términos de límites al infinito, en el contexto matemático, un límite al infinito describe el comportamiento de una función o de una secuencia cuando su variable se aproxima a un valor infinitamente grande o infinitamente pequeño.

Existen algunas ocasiones donde la operación con el infinito está indeterminada, esta es una de esas ocasiones donde el infinito no se comporta como un número. Cuando nos encontramos con algunas de esas operaciones indeterminadas, debemos hacer una ligera modificación a la función a la cual estamos calculando el límite con el fin de evitar la indeterminación. En el campo de las matemáticas, los límites al infinito se encuentran en el corazón del análisis y son fundamentales para comprender conceptos como la continuidad, las derivadas, las integrales y las series infinitas.

Ejemplo de límites:

1. $\lim_{x \to 1} \frac{5x^3-4x^2+2}{x+3} =$

   Solución $\frac{3}{4}$

2. $\lim_{x \to 2} (5x^3 - 4x^2 + 1)(4x - 7) =$

   Solución 25

3. $\lim_{x \to -3} (x^2 - 3x + 2)(x - 3) =$

   Solución -100

4. $\lim_{x \to -3} \frac{5}{(x+3)^3} =$

   Solución ∞

5. $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^3-2x^2-1}{6x^3+5x+2} =$

   Solución $\frac{2}{3}$

6. $\lim_{x \to \infty} \frac{9}{x^2} =$

   Solución 0

7. $\lim_{x \to -5} \frac{x^2-25}{x+5} =$

   Solución -10

8. $\lim_{x \to -2} \frac{x^3+x-6}{x+2} =$

   Solución ∞

9. $\lim_{x \to 5} \frac{x^2-7x+2}{x-5} =$

   Solución ∞

10. $\lim_{y \to -1} \frac{y^3+1}{y+1} =$

    Solución 3

11. $\lim_{T \to 3} \frac{T^2+T-12}{T-3} =$

    Solución 7|

12. $\lim_{T \to 0} \frac{\sqrt{2+T}-\sqrt{2}}{T} =$

    Solución $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Ejemplos de límites al infinito:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(5^x+3^x+2^x)}{\ln(5^x+2^x)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(5^x \cdot \left(1+\frac{3^x}{5^x}+\frac{2^x}{5^x}\right)\right)}{\ln\left(5^x \cdot \left(1+\frac{2^x}{5^x}\right)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(5^x)+\ln\left(1+\frac{3^x}{5^x}+\frac{2^x}{5^x}\right)}{\ln(5^x)+\ln\left(1+\frac{2^x}{5^x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x\cdot\ln(5)+\ln\left(1+\frac{3^x}{5^x}+\frac{2^x}{5^x}\right)}{x\cdot\ln(5)+\ln\left(1+\frac{2^x}{5^x}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^5-3x^2}{6^x} = 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3^x}{x^4-x^3} = \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3^x}{4^x} = 0$$

Los límites que involucran raíces son casos frecuentes en los cuales nos encontramos con expresiones que contienen radicales**,** como raíces cuadradas, cúbicas, entre otras. Este tipo de límites puede presentar dificultades, ya que al evaluar directamente el límite, se puede obtener una forma indeterminada lo cual requiere técnicas adicionales para su resolución. En algunos casos, el límite se puede resolver mediante la factorización de la expresión. Esto implica descomponer el numerador o denominador en factores que permitan simplificar la expresión y eliminar las indeterminaciones. Este método es particularmente útil cuando la función que involucra la raíz puede ser escrita como un producto de factores. El estudio de los límites con raíces es una parte esencial en el cálculo, ya que permite entender el comportamiento de las funciones en puntos críticos, técnicas como la racionalización y la factorización son herramientas fundamentales para resolver estos límites. Existen también relaciones de límites con las derivadas, la derivada de una función en un punto mide la tasa de cambio instantáneo de esa función en dicho punto. Las derivadas son una herramienta matemática indispensable para entender cómo las funciones cambian en diferentes contextos, su capacidad para modelar tasas de cambio instantáneas, su interpretación geométrica como pendiente de la tangente y su versatilidad en una amplia gama de aplicaciones hacen de las derivadas una piedra angular en el estudio del cálculo diferencial.

El proceso de encontrar la derivada de una función de manera directa a partir de la definición de la derivada, esto es, estableciendo el cociente de diferencias y evaluando su límite, puede consumir tiempo y ser tedioso. Vamos a desarrollar herramientas que nos permitan acortar este largo proceso, nos permitirá encontrar derivadas de las funciones más complicadas que se vean. Recuerde que la derivada de una función f es otra función En la sección anterior vimos que si es la fórmula para f, entonces f(x) = 3x2 = 7 es la fórmula para Cuando tomamos la derivada de f, decimos que estamos derivando a f. La derivada opera sobre f para producir Con frecuencia utilizamos el símbolo “Dx” para indicar la operación de derivación.

Ejemplo de límites con raíces:

- Hallar el $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$, $x-4\neq 0$

  Solución: $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(\sqrt{x})^2-(2)^2}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}$

  $=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{1}{\sqrt{4}+2}=\dfrac{1}{4}$

- Calcular el $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x+4}{\sqrt{x+4}}$, $x+4\neq 0$

  Solución:

  $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x+4}{\sqrt{x+4}}=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(x+4)(\sqrt{x+4})}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x+4})}=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(x+4)(\sqrt{x+4})}{(\sqrt{x+4})^2}=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(x+4)(\sqrt{x+4})}{x+4}$

Ejemplo de derivadas:

$$\frac{d}{dx}k=0$$
$$\frac{d}{dx}x=1$$
$$\frac{d}{dx}x^n=n\cdot x^{n-1}$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)+g(x)]=f'(x)+g'(x)$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)-g(x)]=f'(x)-g'(x)$$
$$\frac{d}{dx}[f(x)\cdot g(x)]=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$$
$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$
$$\frac{d}{dx}[c\cdot f(x)]=c\cdot f'(x)$$

BIBLIOGRAFÍA

1. Centro de investigaciones en Matemáticas A.C CIMAT.
2. Universidad Auntónoma de Madrid.
3. Facultad de Ciencias Agrarias.
4. Problemas y Ecuaciones.
5. Mathway.
6. Universidad Zaragoza.