Ensayo

Aranza Margarita Molina Cifuentes

Derivadas

2do. Parcial

Biomatematicas

Dr. Carlos Alberto del Valle

Licenciatura en Medicina Humana

2do. Semestre

Comitán de Domínguez, Chiapas a 11 de abril de 2025

DERIVADAS

La derivada es una herramienta matemática que permite calcular la tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una variable. En términos simples, representa cómo varía una magnitud cuando cambia otra. La derivada de una función puede interpretarse como la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto dado.

Las derivadas tienen múltiples aplicaciones en ciencias, economía, ingeniería, biología, entre otras áreas. Algunas de sus propiedades más importantes están relacionadas con reglas como la derivada de la suma, producto, cociente y la regla de la cadena.

Derivación Implícita

La derivación implícita es una técnica que se utiliza cuando una función no está despejada de forma explícita, es decir, cuando la relación entre las variables no permite expresar una de ellas de manera directa en términos de la otra.

En lugar de resolver una ecuación para una variable y luego derivar, se diferencia toda la ecuación con respecto a la variable independiente, tratando a las demás variables como funciones dependientes. Durante el proceso se deben aplicar correctamente las reglas de derivación, especialmente la regla de la cadena, ya que se están diferenciando funciones compuestas.

Esta técnica es especialmente útil en funciones que describen curvas cerradas o cuando no es práctico o posible resolver para una variable en términos de otra.

Diferenciación Logarítmica

La diferenciación logarítmica es una técnica utilizada para derivar funciones complejas que contienen productos, cocientes o potencias de funciones. Su utilidad principal radica en que los logaritmos permiten simplificar expresiones complicadas usando sus propiedades, facilitando así el proceso de derivación.

Este método consiste en aplicar logaritmos (usualmente logaritmo natural) a ambos lados de una función antes de derivar. Luego, se emplean las propiedades de los logaritmos para transformar la expresión en una suma o diferencia de términos más simples. Finalmente, se deriva la expresión utilizando las reglas básicas de derivación.

La diferenciación logarítmica es especialmente útil cuando las funciones contienen exponentes variables, múltiples factores multiplicándose o dividiéndose, o funciones elevadas a funciones.

Derivadas de Orden Superior

Las derivadas de orden superior son aquellas que se obtienen al derivar una función más de una vez. La primera derivada representa la razón de cambio inmediata de una función. Al aplicar la derivación sucesivamente, se obtienen la segunda derivada, tercera derivada, y así sucesivamente.

La segunda derivada proporciona información sobre la curvatura o concavidad de una función y permite identificar la aceleración de un sistema, si se interpreta en el contexto de movimiento. La tercera derivada y las siguientes tienen interpretaciones dependiendo del contexto, pero en general, describen cómo cambia la derivada de orden anterior.

Estas derivadas son fundamentales en la física (especialmente en dinámica), así como en análisis matemático, series de Taylor, optimización y estudios de comportamiento de funciones.

Aplicaciones de la Derivada

La derivada no solo se utiliza para calcular pendientes, sino que tiene múltiples aplicaciones prácticas en la vida real y en diversas disciplinas. En esta sección se abordan algunas de las aplicaciones más relevantes: la razón de cambio, la determinación de máximos y mínimos, y el análisis de gráficas de funciones.

Razón de Cambio

La razón de cambio mide cómo varía una cantidad en función de otra. En el cálculo, la derivada representa la razón de cambio instantánea de una variable dependiente con respecto a una independiente. Esta idea es fundamental en contextos donde una cantidad depende de otra, como en la física, la economía o la biología.

Cuando una función representa una magnitud física (como la posición, el volumen, la temperatura, etc.), su derivada indica cómo está cambiando esa magnitud en un instante específico. Por ejemplo, si una función describe la posición de un objeto respecto al tiempo, su derivada representa la velocidad, que es la razón de cambio de la posición respecto al tiempo.

Máximos y Mínimos de Funciones

Los máximos y mínimos de una función, también conocidos como **extremos relativos** o **extremos locales**, son puntos donde una función alcanza su mayor o menor valor en un intervalo cercano.

El cálculo de máximos y mínimos se basa en el análisis de la primera y segunda derivada de la función:

- **Primera derivada:** Permite encontrar los **puntos críticos**, que son aquellos donde la derivada es igual a cero o no existe. Estos puntos son candidatos a ser máximos o mínimos.
- **Segunda derivada:** Permite determinar la **concavidad** de la función en los puntos críticos. Si la segunda derivada es positiva en un punto crítico, se trata de un mínimo local; si es negativa, es un máximo local.

Además, los extremos absolutos (máximos o mínimos globales) son los valores más altos o más bajos que toma la función en todo su dominio o en un intervalo cerrado, y también pueden encontrarse evaluando la función en los puntos críticos y en los extremos del intervalo.

Este análisis es esencial en problemas de optimización, donde se busca maximizar beneficios o minimizar costos, entre otros objetivos.

Gráficas de Funciones

La derivada es una herramienta clave para analizar y esbozar la gráfica de una función. A partir del estudio de las derivadas primera y segunda, se puede obtener información valiosa sobre el comportamiento de la función:

- **Crecimiento y decrecimiento:** La primera derivada indica en qué intervalos la función crece o decrece. Si la derivada es positiva, la función está aumentando; si es negativa, está disminuyendo.
- **Extremos locales:** Se determinan, como ya se mencionó, a partir de la primera derivada.
- **Concavidad e inflexión:** La segunda derivada indica si la gráfica de la función es cóncava hacia arriba (segunda derivada positiva) o cóncava hacia abajo (segunda derivada negativa). Los **puntos de inflexión** son aquellos donde la concavidad cambia, y se localizan cuando la segunda derivada es cero y cambia de signo.
- **Asintotas y discontinuidades:** Aunque no se basan directamente en la derivada, forman parte del análisis completo de una función. Las derivadas ayudan a estudiar el comportamiento en torno a estos puntos.

  - QUÉ ES

La **división** que marca una separación entre dos regiones se conoce como **límite**. Este término también se utiliza para nombrar a una restricción o limitación, al extremo que se puede alcanzar desde el aspecto físico y al extremo a que llega un periodo temporal.

Para la **matemática**, un límite es una magnitud a la que se acercan progresivamente los términos de una secuencia infinita de magnitudes. Un **límite matemático**, por lo tanto, expresa la tendencia de una función o de una sucesión mientras sus parámetros se aproximan a un cierto valor.

- LA NOCIÓN MATEMÁTICA

Una definición informal del límite matemático indica que el **límite de una función f(x)** es **T** cuando **x** tiende a **s**, siempre que se puede hallar para cada ocasión un **x** cerca de **s** de manera tal que el valor de **f(x)** sea tan cercano a **T**como se pretenda.

EJEMPLO

1. Lim X= 2

Problema: X+2(X)

Sustutición: 2+2(2)

Resultado: 2+4=6

DERIVACION IMPLICITA, DIFERENCIACION LOGARITMICA Y DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

Son aquellas al que tiende *f(x)* cuando la variable *x* se hace tan grande, tanto en positivo como en negativo, como queramos. Entonces la función*f(x)* puede tender a un valor finito o puede diverger a infinito (**límite infinito**).

CARACTERÍSTICAS

- El límite al infinito no es un número real, sino que describe cómo se comportan los valores de la función.
- Se dice que f(x) diverge a infinito cuando la función crece continuamente y se puede hacer tan grande como se quiera.
- Hay diferentes órdenes de infinito, según la rapidez con la que la función se acerca a él.

EJEMPLO

1. En la función f (x) = x 3 , cuando x → ∞ los valores f (x) se vuelven arbitrariamente grandes. Por lo tanto, lím x → ∞ x 3 = ∞.
2. En el caso de las funciones oscilantes acotadas, como las funciones seno y coseno, el límite al infinito no existe.

BIBLIOGRAFIA

- Publicado por Julián Pérez Porto. Actualizado el 13 de mayo de 2021. *Límites matemáticos*
- Universo Formulas © 2025 Universo Formulas