Integrales

Sara Judith Armendariz Mijangos

Integrales

4to Parcial

Biomatemáticas

Dra. Karen Morales Morales

Licenciatura en Medicina Humana

2do Semestre

Comitán de Domínguez, Chiapas a 04 de julio de 2025

La **división** que marca una separación entre dos regiones se conoce como **límite**. Este término también se utiliza para nombrar a una restricción o limitación, al extremo que se puede alcanzar desde el aspecto físico y al extremo a que llega un periodo temporal. Para la **matemática**, un límite es una magnitud a la que se acercan progresivamente los términos de una secuencia infinita de magnitudes. Un **límite matemático**, por lo tanto, expresa la tendencia de una función o de una sucesión mientras sus parámetros se aproximan a un cierto valor.

LA NOCIÓN DE LÍMITE MATEMÁTICO

Una definición informal del límite matemático indica que el **límite de una función f(x)** es **T** cuando **x** tiende a **s**, siempre que se puede hallar para cada ocasión un **x** cerca de **s** de manera tal que el valor de **f(x)** sea tan cercano a **T** como se pretenda.

No obstante, además del límite citado, no podemos obviar que existen otros muy importantes en el ámbito de las Matemáticas. Así, también se puede hablar del límite de una sucesión que puede ser existente o único y divergente, en el caso de que los términos de aquella no converjan en ningún punto. Los límites matemáticos se asocian a las funciones. De la misma manera, también hay que hablar de otra serie de límites matemáticos tales como el límite de una sucesión de conjuntos o el de espacios topológicos. Entre estos últimos están los que hacen referencia a los filtros o a las redes. Finalmente tampoco podemos pasar por alto la existencia de lo que se conoce como Límite de Banach. Este último, que recibe el nombre del matemático polaco Stefan Banach, es aquel que gira entorno a lo que se conoce como espacio de Banach. Este es una pieza fundamental dentro de lo que es el análisis funcional y puede definirse como el espacio donde están funciones que cuentan con una dimensión infinita.

UTILIDAD DEL CONCEPTO

Al igual que otros conceptos matemáticos, los límites cumplen con diversas propiedades generales que ayudan a simplificar los **cálculos**. Sin embargo, puede resultar muy difícil comprender esta idea ya que se trata de un concepto abstracto. En matemática, como ya vimos, la noción está vinculada con la variación de los **valores** que toman las funciones o sucesiones y con la idea de aproximación entre **números**. Esta herramienta ayuda a estudiar el comportamiento de la función o dela sucesión cuando se acercan a un punto dado.

La definición formal del límite matemático fue desarrollada por diversos teóricos de todo el mundo a lo largo de los años, con trabajos que constituyeron la base del **cálculo infinitesimal**.

LÍMITES AL INFINITO

Un **límite al infinito** es aquel al que tiende *f(x)* cuando la variable *x* se hace tan grande, tanto en positivo como en negativo, como queramos. Entonces la función *f(x)* puede tender a un valor finito o puede diverger a infinito (**límite infinito**).

Veamos un caso, con un **límite al infinito** en la siguiente función:

$$f(x) = x^{\frac{1}{x}}$$

Su límite cuando la variable tiende a infinito es:

$$\lim_{x \to +\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$$

Se puede comprobar si damos valores a la *x* cada vez más cercanos a +∞. Como se ve en el siguiente cuadro, el límite tiende a 1:

x	$f(x)$
10	1,2589
100	1,0471
1.000	1,0069
10.000	1,0009

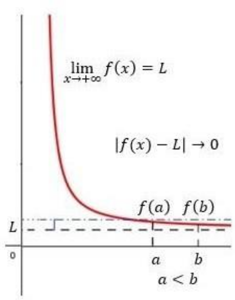
Veamos los **tipos** de **límites al infinito** que se pueden presentar.

Tipos de límites al infinito

Límite finito *L* cuando *x* → +∞

Existe un límite finito *L* cuando la variable *x* tiende a +∞ si, en un entorno pequeño alrededor de *L* se cumple que, dentro de ese entorno, haciendo la variable *x* tan grande y **positiva** como se quiera, la diferencia | *f(x)* – *L* | resulta tan pequeña como se quiera.

Como se ve en la figura:

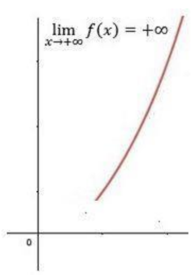


Límite finito *L* cuando *x* → -∞

Existe un límite finito *L* cuando la variable *x* tiende a -∞ si, en un entorno pequeño alrededor de *L* se cumple que, dentro de ese entorno, haciendo la variable *x* tan grande y **negativa** como se quiera, la diferencia | *f(x)* – *L* | resulta tan pequeña como se quiera. Ahora los **tipos** de **límites al infinito** en los que el valor del límite es un límite infinito.

Cuando *x* → +∞ y el límite = +∞

Si en *f(x)* y *x* → +∞, las imágenes de la función se hacen infinitamente grandes (positivas).



Límite de una raíz

En este *post* explicamos cómo calcular límites de raíces. Próximamente, veremos cómo calcular límites de divisiones de raíces y límites de restas de raíces.

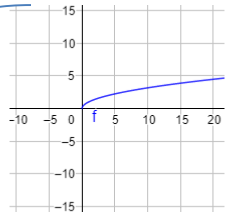
Consideremos la función raíz cuadrada:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Se trata de una función que siempre crece, así que su límite es infinito cuando *x* tiende a infinito positivo:

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

La función no está definida cuando *x* es negativo (no existe la raíz cuadrada de un número negativo), así que no existe el límite cuando *x*→-∞.
Gráfica:



Limites por factorización

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

Se tiene el siguiente ejercicio:

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3}$$

Para comprobar si es una indeterminación, reemplazamos -3 en x:

$$\lim_{x \to -3} \frac{-3^4 - 81}{-3 + 3} = \frac{81 - 81}{0} = Indeterminación$$

Como es una indeterminación, procedemos a verificar los casos de factorización que podemos usar, en este caso diferencia de cuadrados perfectos y simplificamos la función:

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3} = \frac{(x^2 + 9)(x^2 - 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \to -3} \frac{(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)}{x + 3}$$

$$\lim_{x \to -3} (x - 3)(x^2 + 9)$$

Una vez simplificada la función procedemos a reemplazar x, como el denominador ya fue simplificado, la indeterminación ha sido levantada.

$$\lim_{x \to -3} (-3 - 3)(-3^2 + 9)$$

$$\lim_{x \to -3} (-6)(9 + 9)$$

$$\lim_{x \to -3} -108$$

REFERENCIAS

1.- *CASOS DE FACTORIZACIÓN*. (2017, 20 noviembre). LIMITES POR FACTORIZACIÓN. https://calculolimites.wordpress.com/limites-por-factorizacion/

2.- *Límites de raíces, con ejemplos*. (s. f.). https://www.problemasyecuaciones.com/limites/raices/calcular-resta-division-raices-ejemplos-problemas-resueltos.html

3.- Serra, B. R. (2024, 30 marzo). *Límites al infinito*. Universo Formulas. https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/limites-al-infinito/#:~:text=Un%20l%C3%ADmite%20al%20infinito%20es,como%20en%20negativo%2C%20como%20queramos.

4.- Iraeta, I. (2022, 1 noviembre). *Concepto de Límite - Concepto, tipos y ejemplos*. Concepto. https://concepto.de/limite/