Ensayo

Brayan Alejandro Aranda Perez

Parcial I

Biomatematicas

Dr. Del Valle Carlos Alberto

Medicina Humana

Segundo semestre

Comitan de dominguez Chiapas a 7 de marzo del 2025

Los límites son un concepto fundamental en el cálculo y análisis matemático, ya que permiten estudiar el comportamiento de una función cuando una variable se acerca a un valor determinado o al infinito. Son esenciales para definir la derivada y la integral, pilares del cálculo diferencial e integral. En este ensayo, exploraremos cuatro tipos de límites: límites al cuadrado, límites al infinito, límites con raíz cuadrada y límites factorizados .

Límites al Cuadrado

Los límites al cuadrado se presentan cuando la función contiene un término de la forma , es decir, la variable elevada al cuadrado. En estos casos, el límite nos permite conocer el valor al que tiende la función cuando se aproxima a un número específico o al infinito. En general, el cálculo de estos límites se realiza por sustitución directa, siempre que la función sea continua en el punto en cuestión. Sin embargo, cuando la sustitución da lugar a una indeterminación, es necesario recurrir a métodos algebraicos, como la factorización o el uso de conjugados.

Los límites al cuadrado aparecen en muchas aplicaciones prácticas, como el análisis de movimientos parabólicos en física, optimización en economía y modelado de crecimiento en biología. Además, son la base para comprender la derivación y el cálculo integral, herramientas esenciales en matemáticas avanzadas.

LÌMITES POR
FACTOR COMÙN

$$\lim_{x \to 0} \frac{4x^3 - 2x^2}{3x^3 + 4x}$$

Límites al Infinito

Los límites al infinito son un concepto fundamental en el cálculo y el análisis matemático. Permiten estudiar el comportamiento de una función cuando la variable independiente crece o decrece sin límite, es decir, cuando tiende a o . Estos límites son esenciales para comprender la tendencia de las funciones en los extremos de su dominio, la existencia de asíntotas horizontales y el crecimiento o decrecimiento de una función. En este ensayo, exploraremos la definición de los límites al infinito, los métodos para resolverlos y algunos ejemplos ilustrativos que muestran su importancia en el análisis matemático.

$$f)\quad \lim_{x \to -\infty} \frac{-2}{1-x^3} =$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-2}{-x^3} =$$

$$= \frac{-2}{-(-\infty)^3} = \frac{-2}{-(-\infty)} = \frac{-2}{\infty} = 0$$

El estudio de los límites al infinito es crucial para comprender el comportamiento de funciones en contextos como la economía, la física y la ingeniería. Permiten determinar tendencias de crecimiento y la existencia de límites en procesos de largo plazo, como el análisis de tasas de interés compuestas, la propagación de ondas y la estabilidad de sistemas dinámicos.Además, los límites al infinito son clave para definir derivadas e integrales impropias, conceptos fundamentales en el cálculo diferencial e integral. Los límites al infinito nos permiten analizar cómo se comportan las funciones cuando la variable independiente crece o decrece sin límite. Dependiendo del tipo de función, el resultado del límite puede ser finito (indicando una asíntota horizontal) o infinito (indicando crecimiento o decrecimiento sin límite). Resolver estos límites requiere técnicas como la identificación de términos dominantes, la división por la mayor potencia de y la racionalización. Dominar los límites al infinito es esencial para el estudio del cálculo y sus aplicaciones en diversas áreas del conocimiento.

Limites con raíz cuadrada

El estudio de los límites con raíces cuadradas es importante en problemas de optimización, modelado físico y economía. Para resolverlos, se emplean estrategias como la racionalización y la factorización. En este ensayo, exploraremos su definición, métodos de resolución y ejemplos que ilustran su aplicación. Un límite con raíz cuadrada involucra funciones que contienen términos de la forma o . Se pueden presentar en diferentes escenarios, como:

Límites donde la sustitución directa proporciona un resultado finito.

Límites donde la sustitución directa genera una indeterminación.

Límites en el infinito, donde la raíz cuadrada domina el comportamiento de la función.

Para resolverlos, podemos aplicar técnicas como la racionalización (multiplicación por el conjugado) o la factorización para simplificar la expresión y eliminar indeterminaciones

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2-\left(\sqrt{x^2+x}\right)^2}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+x}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+2-(x^2+x)}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+x}} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{2-x}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+x}}$$

Limites factorizados

[1:58 a.m., 2/3/2025] Alejandro Aranda: Los límites factorizados surgen cuando una función algebraica puede expresarse como el producto de términos más simples. Este método se utiliza principalmente cuando la sustitución directa conduce a una indeterminación del tipo .

El procedimiento básico para resolver estos límites es:

1. Sustituir directamente el valor de .

2. Si se obtiene una indeterminación, factorizar el numerador y/o el denominador.

3. Cancelar los términos comunes.

4. Sustituir nuevamente el valor de en la expresión simplificada.

Este método es especialmente útil en funciones racionales, polinomios y expresiones algebraicas que pueden descomponerse en factores. El uso de la factorización en límites es crucial en diversas aplicaciones matemáticas, especialmente en el estudio de funciones racionales y polinómicas. Estos límites aparecen con frecuencia en problemas de optimización, física, economía y ciencias de la computación, donde es necesario analizar el comportamiento de funciones en puntos críticos. Además, dominar la técnica de factorización es un paso fundamental para entender conceptos avanzados en cálculo diferencial e integral, como la derivación y la integración de funciones complejas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Stewart, J. (2020). Cálculo: Conceptos y contextos (8ª ed.). Cengage Learning.

Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2018). Cálculo de una variable (14ª ed.). Pearson Educación.