Universidad del sureste
Campus Comitán
Licenciatura en medicina humana

Ensayo: Limites al infinito, con factor común, con diferencia de cuadrados

Nombre: Casandra Guillen Nájera
Materia: Biomatematicas
Grupo: “A”
Grado: 2
Docente: Carlos Alberto del Valle

Comitán de Domínguez Chiapas a 07 de marzo de 2025.

1. Limites

Los límites son un concepto esencial en matemáticas que se utiliza para explicar cómo se comporta una función a medida que se acerca a un valor específico. El valor al que se aproxima la función cuando la entrada se acerca arbitrariamente a cierto punto está representado por el límite de una función en ese punto.

Los límites tienen varias propiedades y aplicaciones en diferentes ramas de las matemáticas y más allá. Los límites son una herramienta crucial en el análisis matemático porque nos ayudan a comprender y caracterizar cómo se comportan las funciones y las ideas matemáticas en diversas situaciones.

1.1 Propiedades de los límites: Límite único: Solo puede haber un límite para una función en cualquier punto dado. El límite de la función no existe si la función se aproxima a diferentes valores desde diferentes puntos.

1.2 Regla de suma/diferencia: Tengamos dos funciones u(x) y v(x). El límite de su suma o diferencia, es la suma o diferencia de sus límites individuales, respectivamente, siempre que sus límites existan a medida que x se acerca a ‘a’. Matemáticamente,

$\text{Lím}_{x \to a} [u(x) \pm v(x)] = \text{Lím}_{x \to a} u(x) \pm \text{Lím}_{x \to a} v(x)$

1.3 Regla del producto: Sean u(x) y v(x) dos funciones. El límite de su producto es el producto de sus límites siempre que sus límites existan a medida que x se acerca a ‘a’. Matemáticamente,

$\text{Lím}_{x \to a} [u(x) * v(x)] = \text{Lím}_{x \to a} u(x) * \text{Lím}_{x \to a} v(x)$

1.4 Regla del cociente: Si u(x) y v(x) tienen límites cuando x tiende a ‘a’ y $\text{Lim}_{x \to a} v(x) \neq 0$, entonces el límite de su cociente es igual al cociente de sus límites. Alternativamente:

$\text{Lim}_{x \to a} [u(x) / v(x)] = \text{Lim}_{x \to a} u(x) / \text{Lim}_{x \to a} v(x)$ (cuando $\text{Lim}_{x \to a} v(x) \neq 0$)

1.5 Regla de poder: El límite de $[u(x)]^n$ es el límite de f(x) elevado a la potencia de n para cualquier número real n donde el límite de una función f(x) existe cuando x tiende a a. Con esas palabras:

$\text{Lim}_{x \to a} [u(x)]^{\wedge n} = [\text{Lim}_{x \to a} u(x)]^{\wedge n}$

1.6 Regla constante: Si c es una constante, entonces el límite de c cuando x tiende a a es simplemente c. Matemáticamente,

$\text{Lim}_{x \to a} c = c$

1.7 Límite de una constante por una función: Tengamos una función u(x) y c es una constante. Entonces el límite de c * f(x) a medida que x se acerca a a es equivalente a c múltiplo de f (x) a medida que x se acerca a 'a' siempre que el límite de la función u(x) exista a medida que x se acerca a 'a'. Matemáticamente,

Lim $_{x \to a}$ [c * u(x)] = c * [Lim $_{x \to a}$ u(x)]

1.8 Límite de un recíproco: Sea u(x) una función. El límite de 1/u(x) cuando x se acerca a 'a' existe es equivalente al recíproco de 'L' siempre que el límite de la función u(x) existe cuando x se acerca a 'a' y eso es igual a L. Matemáticamente,

Límite $_{x \to a}$ [1/u(x)] = 1 /[Límite $_{x \to a}$ u(x)]

Límite de la raíz cuadrada: Sea u(x) una función y su límite existe cuando x se acerca a 'a'. Entonces, Lim $_{x \to a}$ √u(x) = √[Lim $_{x \to a}$ u(x)]

Estas propiedades nos brindan capacidades significativas para analizar funciones y abordar problemas matemáticos al permitirnos modificar y calcular límites de muchas maneras. Comprender estas propiedades es esencial para trabajar con límites de manera efectiva en cálculo y otras áreas de las matemáticas.

Ejemplo 1:

Encuentra el límite de la función $(5x^3)(3x + 7)$ en el punto 2.

Solución:

Paso 1: datos dados

Función $f(x) = (5x^3)(3x + 7)$ y x = 2

Paso 2: Aplique los límites a la función dada y simplifique.

Lim $_{x \to 2}$ $[(5x^3)(3x + 7)]$ = [Lim $_{x \to 2}$ $[(5x^3)]$] [Lim $_{x \to 2}$ (3x + 7)] (Regla del producto)

Lim $_{x \to 2}$ $[(5x^3)(3x + 7)]$ = [Lim $_{x \to 2}$ $(5x^3)$] [Lim $_{x \to 2}$ (3x) + Lim $_{x \to 2}$ 7)] (Regla de la suma)

Lim $_{x \to 2}$ $[(5x^3)(3x + 7)]$ = [5 Lim $_{x \to 2}$ (x^3)] [3 Lim $_{x \to 2}$ (x) + Lim $_{x \to 2}$ 7)] (regla del múltiplo constante)

Límite $_{x \to 2}$ $[(5x^3)(3x + 7)]$ = $[5(2)^3]$[3(2) + 7]

Lim $_{x \to 2}$ $[(5x^3)(3x + 7)]$ = (5(8))(6 + 7) = (40)(13) = 520 Resp.

Entonces, **520** es el límite de la función dada.

Ejemplo 2:

Encuentra el límite de la función (3x + 8) / (x – 2) en el punto 3.

Solución:

Paso 1: Información dada

Función = f(x) = (3x + 8) / (x – 2) y x = 3

Paso 2: Aplicar los límites y simplificar.

Lim $_{x \square 3}$ [(3x + 8) / (x – 2)] = [Lim $_{x \square 3}$ (3x + 8)] / [Lim $_{x \square 3}$ (x – 2)] (Regla del cociente)

Lim $_{x \square 3}$ [(3x + 8) / (x – 2)] = [Lim $_{x \square 3}$ (3x) + Lim $_{x \square 3}$ (8)] / [Lim $_{x \square 3}$ (x) – Lim $_{x \square 3}$ (2)] (Suma & regla de diferencia)

Límite $_{x \square 3}$ [(3x + 8) / (x – 2)] = (3(3) + 8) / (3 – 2) =

Lim $_{x \square 3}$ [(3x + 8) / (x – 2)] = (9 + 8)/ (1) = 17/1 = 17 Resp.

Entonces, **17** es el límite de la función dada.

2. <u>Limites al infinito</u>

Los límites al infinito son un concepto matemático que se utiliza para estudiar el comportamiento de las funciones y secuencias cuando se acercan a infinito o a un valor específico.

El límite al infinito de una función f(x) se denota como: lim $x \to \infty$ f(x) = L

Esto significa que, a medida que x se acerca a infinito, la función f(x) se acerca a un valor L.

2.1 Tipos de límites al infinito

1. Límite al infinito positivo_: El límite al infinito positivo se denota como lim $x \to \infty$ f(x) = ∞. Esto significa que la función f(x) se acerca a infinito positivo a medida que x se acerca a infinito.

2. Límite al infinito negativo_: El límite al infinito negativo se denota como lim $x \to \infty$ f(x) = -∞. Esto significa que la función f(x) se acerca a infinito negativo a medida que x se acerca a infinito.

3. Límite al infinito finito: El límite al infinito finito se denota como lim $x \to \infty$ f(x) = L, donde L es un número finito. Esto significa que la función f(x) se acerca a un valor finito L a medida que x se acerca a infinito.

2.3 Propiedades de los límites al infinito

1. Linealidad: Los límites al infinito son lineales, es decir, si f(x) y g(x) son funciones y a y b son números reales, entonces: $\lim_{x\to\infty} [af(x) + bg(x)] = a \lim_{x\to\infty} f(x) + b \lim_{x\to\infty} g(x)$

2. Homogeneidad: Los límites al infinito son homogéneos, es decir, si f(x) es una función y a es un número real, entonces: $\lim_{x\to\infty} [af(x)] = a \lim_{x\to\infty} f(x)$

3. Cambio de variable: Los límites al infinito pueden cambiar de variable, es decir, si f(x) es una función y g(x) es una función que se acerca a infinito a medida que x se acerca a infinito, entonces: $\lim_{x\to\infty} f(g(x)) = \lim_{x\to\infty} f(x)$

Ejemplo: Lim $X= \infty \quad \frac{K}{X} = \frac{1}{\infty} = 0$ Lim $X = -\infty \quad X-X = 0$

$\frac{X}{1} = \frac{\infty}{1} = \infty$ $\quad \frac{2X}{X} = \frac{2\ (\infty)}{\infty.} = \infty$ $\quad 25- 2 X = 25 - 2 (\infty) = - \infty$

3. Limites con factor comun y diferencia de cuadrado

Los límites con factor común se pueden resolver factorizando el numerador y/o el denominador, y luego cancelando los factores comunes.

3.1 Factor común

Es lo que se encuentra multiplicando en cada uno de los términos de un polinomio.Se aplica en binomios, trinomios y polinomios de cuatro términos o más.Es el primer caso que se debe inspeccionar cuando se trata de factorizar un polinomio.

Ejemplo: 1. lim X=1 $\quad \frac{x^2 - 1}{X - 1.} = \frac{(X+1)\ (X+1)}{X-1} = (X+1) = 1+1 = 2$

2. Lim x=2. $\quad \frac{x^2 + 3\text{-}10}{x^2 + x\text{-}6} = \frac{(x\text{-}2)\ (x+5)}{(x\text{-}2)\ (x\text{-}2).} = \frac{x+5}{X\text{-}3.} = \frac{2+5}{2+3 = 5} = \frac{7}{} = \frac{7}{5}$

Para resolver límites con diferencia de cuadrados, se puede factorizar la expresión como el producto de la suma por la diferencia de sus bases

Pasos para factorizar por diferencia de cuadrados

1. Extraer la raíz cuadrada de ambos términos
2. Multiplicar la suma por la diferencia de estas cantidades
3. Realizar dos paréntesis
4. En cada paréntesis, poner las raíces de los dos términos
5. Separar los términos con un signo negativo y uno positivo

Ejemplo: x^2-25 puede factorizarse como (x+5)(x-5).

Patrón de diferencia de cuadrados El patrón de diferencia de cuadrados es $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. Este método se basa en este patrón, que se puede verificar al desarrollar los paréntesis en (a+b)(a-b).

Bibliografía

Stewart, J. (2016). Cálculo Diferencial e Integral. (8.ª ed.). Cengage Learning.

Spivak, M. (2010). Cálculo. (4.ª ed.). Reverté.

Swokowski, E. W. (2013). Cálculo Diferencial e Integral. (14.ª ed.). Cengage Learning.