



Mi Universidad

Nombre del Alumno: Angel Esteban Pinto Arizmendi

Nombre del tema: Suma de Riemann

Parcial: 2 Unidad

Nombre de la Materia: Matemática aplicada

Nombre del profesor: Vania Natali Santizo

Nombre de la Licenciatura: Enfermería

Semestre: 6 Semestre

Plataforma

$$f(x) = x^2 + 4x + 2$$

$$a=0$$

$$b=4 \quad \int (x^2 + 4x + 2) dx$$

Calculamos el Δx . Es el ancho de cada sub intervalo
 Δx esto se calcula con la formula:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{n} = \frac{4}{n}$$

Entonces calculamos la función en:

$$f = \frac{4k}{n}$$

Ahora sustituimos la función como

$$f\left(\frac{4k}{n}\right) = \left(\frac{4k}{n}\right)^2 + 4\left(\frac{4k}{n}\right) + 2$$

En seguida calculamos cada parte

$$\left(\frac{4k}{n}\right)^2 = \frac{16k^2}{n^2}$$

$$4 \cdot \frac{4k}{n} = \frac{16k}{n}$$

La constante es 2. Entonces:

$$f\left(\frac{4k}{n}\right) = \frac{16k^2}{n^2} + \frac{16k}{n} + 2$$

A partir de esto sustituimos en la suma de Riemann

$$\sum_{k=1}^n f\left(\frac{4k}{n}\right) \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n \left(\frac{16k^2}{n^2} + \frac{16k}{n} + 2 \right) \cdot \frac{4}{n}$$

Ahora multiplicamos

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{64k^2}{n^3} + \frac{64k}{n^2} + \frac{8}{n} \right)$$

Nos toca separar la suma

$$\frac{64}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 + \frac{64}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n \frac{8}{n}$$

Después aplicamos la formulas de sumas

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{8}{n} = \frac{8}{n} \cdot n = 8$$

Entonces esto es

$$\frac{64}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{64}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 8$$

Simplificamos cada termino en lo siguiente

$$\frac{64n(n+1)(2n+1)}{6n^3} = \frac{32(n+1)}{n}$$

Calculamos el limite cuando $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{64n(n+1)(2n+1)}{6n^3} = \frac{64 \cdot 1 \cdot 2}{6} = \frac{128}{6} = \frac{64}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{32(n+1)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 32(1 + \frac{1}{n}) = 32$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 8 = 8$$

Ahora sumamos todo y esto nos da

$$\frac{64}{3} + 32 + 8 = \frac{64}{3} + \frac{40}{1} = \frac{128 + 120}{3} = \frac{248}{3}$$

Y el resultado final es:

$$\int (x^2 + 4x + 2) dx = \frac{184}{3}$$