Límite función

Nombre del alumno : Leo Geovani García García

Nombre del tema :

Nombre del tema : Límites y Funciones

Parcial II

Nombre de la materia : Cálculo

Nombre del profesor : Juan José Ojeda Trujillo

Nombre de la especialidad : Técnico En enfermería general

Semestre IV

LIMITES Y FUNCIONES

Limite y continuidad de funciones

En cálculo, el límite es el valor que se aproxima una función f(x) cuando x se acerca a un punto dado, aunque la función no esté definida en ese punto. Por ejemplo, si consideramos la función

$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$,

podemos estudiar el límite cuando x se aproxima a 0. Aunque f(x) no está definida en x=0, se demuestra que

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.

Esto significa que, al acercarse x a 0, los valores de f(x) se aproximan a 1.

Por otro lado, una función es continua en un punto a si se cumplen tres condiciones:

1. La función está definida en a (es decir, f(a) existe).
2. Existe el límite $\lim_{x \to a} f(x)$.
3. El límite coincide con el valor de la función: $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

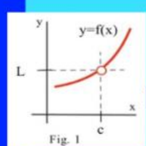
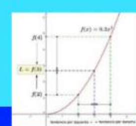
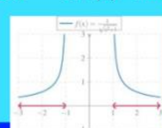


Fig. 1



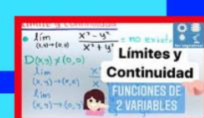
Calculo del límite de una función

El cálculo del límite de una función consiste en determinar el valor al que se aproximan los resultados de una función f(x) a medida que la variable x se acerca a un número específico a. Este procedimiento permite analizar el comportamiento de la función en puntos donde puede que no esté definida o presente discontinuidades.



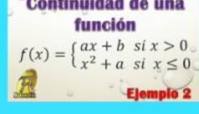
1. Sustitución directa:
2. Si la función es continua en a, se puede calcular el límite simplemente sustituyendo x=a en la función. Por ejemplo, en
3. $f(x) = x^2 + 3x + 2$,
4. el límite cuando $x \to 2$ se obtiene al sustituir:
5. $f(2) = 2^2 + 3(2) + 2 = 4 + 6 + 2 = 12$.

1. Factorización:
2. Cuando la sustitución directa produce una indeterminación, como $\frac{0}{0}$, se pueden factorizar los términos para simplificar la expresión y cancelar factores comunes. Por ejemplo, si tenemos
3. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$,
4. notamos que el numerador se factoriza como (x-2)(x+2). Cancelando el factor común, queda:
5. $f(x) = x+2,\quad \text{para } x\neq 2$.
6. Entonces, el límite cuando $x \to 2$ es:
7. $\lim_{x \to 2} f(x) = 2+2 = 4$.



Continuidad de funciones

La continuidad de funciones es un concepto fundamental en cálculo que describe el comportamiento "suave" de una función. Formalmente, se dice que una función f(x) es continua en un punto a si se cumplen tres condiciones:



1. Existencia: La función está definida en a (es decir, f(a) existe).
2. Existencia del límite: Existe el límite $\lim_{x \to a} f(x)$.
3. Coincidencia del límite con la función: El valor del límite es igual al valor de la función en ese punto, es decir, $\lim_{x \to a} f(x)=f(a)$.

Si una función cumple estas condiciones en cada punto de un intervalo, se dice que es continua en ese intervalo. Por ejemplo, las funciones polinómicas y las funciones trigonométricas son continuas en todos los reales. En contraste, una función que presenta saltos o huecos no es continua en esos puntos, lo que se denomina discontinuidad. La continuidad es crucial porque permite aplicar técnicas de integración y derivación, y garantiza que pequeños cambios en la entrada generen pequeños cambios en la salida, lo que modela muchos fenómenos naturales y procesos de ingeniería de manera realista.