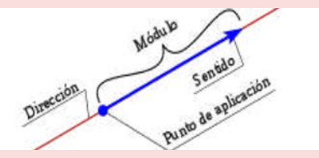
Vectores

Un vector de dimensión N es una lista de N números reales, conocidos como componentes del vector. Todos los vectores de dimensión N forman un conjunto representado como el producto cartesiano. En física, un vector muestra una magnitud física que tiene un punto en el espacio, así como módulo, dirección y sentidos.

$$v = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)\,, \qquad \text{donde } v \in \mathbb{R}^n$$



Introducción a las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Una matriz es un conjunto rectangular de elementos organizados en renglones y columnas. La dimensión de una matriz se da primero por el número de renglones y luego por el número de columnas. Por ejemplo, la matriz A tiene una dimensión de 2x3, y la matriz B tiene una dimensión de 3x2.

Tipos especiales de matrices

Existen varios tipos especiales de matrices

- Una matriz diagonal es cuadrada y tiene el mismo número de filas y columnas, con una dimensión de (nxn).

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

- La matriz identidad es el elemento neutro en la multiplicación de matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- La matriz nula es aquella cuyo todos los elementos son cero
- La diagonal principal está formada por los elementos donde el renglón es igual a la columna, como a11, a22, a33, etc.
- La matriz identidad tiene todos los elementos de su diagonal principal como 1 y los demás como 0,

$$A_3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} \\ a_{21} & b_{22} & c_{23} \\ a_{31} & b_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Operaciones con matrices

Las operaciones con matrices incluyen la suma, resta y multiplicación. Para sumar o restar dos matrices del mismo tamaño, A y B, se suman o restan los elementos que están en la misma posición, formando una nueva matriz.

Por ejemplo, la multiplicación de un número real por una matriz tiene propiedades como la asociativa y la distributiva.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Entonces

$$\mathbf{A + B} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & 5+4 & 1+3 \\ 4+1 & 7+5 & 2+6 \\ 6+0 & 1+1 & 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 8 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A - B} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-2 & 5-4 & 1-3 \\ 4-1 & 7-5 & 2-6 \\ 6-0 & 1-1 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -4 \\ 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Representación matricial de ecuaciones

Se puede representar un sistema de ecuaciones usando matrices. Para un sistema simple, se forma la matriz A a partir de los valores numéricos de las variables, como A = [3/2 5/-5].

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 3 \\ 2x - 5y &= 1 \end{aligned}$$

Introducción a los determinantes.

A cada matriz cuadrada se le asigna un escalar llamado determinante, que se denota como |A| o det(A). Para una matriz de orden 2 y 3, el determinante se calcula de manera específica. Para una matriz 3x3, se identifican seis productos formados por tres elementos, donde tres son positivos y tres negativos.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

La regla de Sarrus, establecida por el matemático francés Pierre Sarrus, permite calcular determinantes de orden 3.

Propiedades de los determinantes.

Las propiedades de los determinantes son varias y útiles para entender el tema. Primero, el determinante de una matriz A es igual al de su traspuesta At. Si hay dos filas o columnas iguales, el determinante es cero.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} \qquad A^t = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|A| = |A^t| = -2$$

También es cero si hay una fila o columna con todos los elementos nulos, o si una fila es combinación lineal de las otras.

https://plataformaeducativauds.com.mx/assets/docs/libro/LAN/11f509c7bd19604dd485b319c9797ec6-LC-LAN202%20MATEMATICAS%20ADMINISTRATIVAS.pdf