



CAMPUS TAPACHULA

PSU – 314/2012

MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN EN SISTEMAS DE SALUD.

MATERÍA: TENDENCIAS Y SISTEMAS DE SALUD EN MÉXICO.

DOCENTE: DRA. MARIA CECILIA ZAMORANO RODRÍGUEZ.

**TEMA: MAPA CONCEPTUAL DE LOS TEMAS DE LA UNIDAD II TEORÍA DE LA
PROBABILIDAD Y UNIDAD III ESTADÍSTICA INFERENCIAL.**

ALUMNO: LIC. JOEL ANTULIO GÓMEZ KELLER.

CUATRIMESTRE 1 VÍA ONLINE.

**TAPACHULA DE CÓRDOVA Y ORDOÑEZ, CHIAPAS A 05 DE NOVIEMBRE DEL
2024.**

INTRODUCCIÓN.

Una variable aleatoria es una función que asigna valores numéricos a los resultados de un experimento aleatorio. Las distribuciones de probabilidad describen cómo se distribuyen esos valores en una población o muestra.

Las variables aleatorias se dividen en discretas y continuas. Las discretas toman un conjunto específico de valores, generalmente enteros, mientras que las continuas pueden asumir cualquier valor en un intervalo.

Distribuciones de probabilidad discretas: Estas distribuciones se aplican a variables aleatorias discretas, como la distribución binomial o de Poisson, que describen la probabilidad de ocurrencia de cada valor específico.

Distribuciones de probabilidad continuas: Para variables aleatorias continuas, las distribuciones como la normal y la uniforme son fundamentales. Estas describen la densidad de probabilidad en un intervalo y se caracterizan por parámetros como la media y la desviación estándar.

Esperanza matemática y momentos: La esperanza matemática de una variable aleatoria es el valor promedio esperado de sus resultados, mientras que los momentos tanto respecto al origen como respecto a la media proporcionan medidas sobre la forma de la distribución, incluyendo la varianza, que indica la dispersión de los valores.

Varianza de una variable aleatoria: La varianza mide la dispersión de los valores de una variable aleatoria en torno a su media. Es un concepto fundamental en estadística porque permite evaluar la variabilidad en los datos.

Estadística inferencial y pruebas de hipótesis: La estadística inferencial permite hacer afirmaciones sobre una población a partir de una muestra. La prueba de hipótesis es una técnica para evaluar si una afirmación sobre la población es probable o no, como si la media o proporciones de la población cumplen con ciertas condiciones.

Pruebas de hipótesis para medias y proporciones: En esta sección se exploran pruebas para comparar la media de una población o la proporción, así como pruebas para la

diferencia entre dos medias o proporciones. Estas pruebas son fundamentales para contrastar suposiciones sobre los datos.

Regresión lineal y correlación: La regresión lineal es una técnica estadística que permite modelar la relación entre dos o más variables, proporcionando ecuaciones predictivas. La correlación mide la fuerza y dirección de la relación lineal entre dos variables.

Análisis de regresión lineal simple y múltiple: La regresión lineal simple involucra una variable predictora y una dependiente, mientras que la regresión múltiple utiliza varias variables predictoras. Estos análisis son útiles para entender y predecir comportamientos en fenómenos complejos.

Estos temas representan una base integral para el análisis estadístico, proporcionando herramientas fundamentales para la toma de decisiones informada en diferentes campos como la economía, ingeniería, ciencias sociales y biomedicina.

INSTRUCCIONES. Desarrollo de la actividad: Actividad semana dos mapa conceptual.

INDICACIONES: Lea de la antología los siguientes temas.

ELABORE UN MAPA CONCEPTUAL CON LAS SIGUIENTES CARACTERISTICAS

MAPA CONCEPTUAL: El mapa conceptual representa una jerarquía de diferentes niveles de generalidad, de inclusividad o importancia, y se conforma de: conceptos, proposiciones y palabras enlace. (Novak y Gowin, 1988).

1. Presentación o portada.
2. Los conceptos: regularidad en los acontecimientos o en los objetos, de acuerdo a los temas de la antología.
3. Palabras de enlace: que se utilizan para unir los conceptos y para indicar el tipo de relación que se establece entre ellos.
4. Las proposiciones: dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica.
5. La elipse u óvalo: los conceptos se colocan dentro de la elipse y las palabras enlace se escriben sobre o junto a la línea que une los conceptos.
6. Pueden utilizarse también: rectángulos, cuadrados, círculos.
7. Líneas conectoras o de unión: utilizar para unir los conceptos y para acompañar las palabras de enlace.
8. Guardar y subir formato en PDF.
9. ACTIVIDAD COPIADA DE INTERNET SERA RECHAZADA
10. No se concederán prorrogas.

VARIABLE ALEATORIA.

Se trata de un concepto que se puede definir en una frase. Sin embargo, es más complejo de lo que las apariencias puedan indicar.

¿Qué es una variable aleatoria?

Se compone básicamente de dos conceptos: función matemática y experimento aleatorio; Es por dónde debemos empezar. Es decir, por entender primero qué es una función matemática y definir qué entendemos por experimento aleatorio.

Función matemática:

Es una ecuación que asigna valores a una variable "variable dependiente" en función de otras variables "variables independientes".

Experimento aleatorio:

Es un fenómeno de la vida real cuyos resultados se deben completamente al azar. Es decir, bajo las mismas condiciones iniciales arroja resultados diferentes.

¿Qué sentido tiene diferenciar variable aleatoria de experimento aleatorio?

Se denomina variable aleatoria o estocástica a la función que adjudica eventos posibles a números reales cifras, cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio.

También es un número que representa un resultado de una circunstancia o un experimento aleatorio. Una variable aleatoria puede ser discreta o continua. Una variable aleatoria discreta solo puede tener valores contables distintos, tales como 0, 1, 2, 3..

Los experimentos aleatorios.

Son aquellos que, desarrollados bajo las mismas condiciones, pueden ofrecer resultados diferentes. Arrojar una moneda al aire para ver si sale cara o ceca es un experimento de este tipo.

CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES ALEATORIAS.

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS.

Es discreta si su recorrido es finito o infinito numerable. Este tipo de variables van asociadas a experimentos en los cuales se cuenta el número de veces que se ha presentado un suceso o donde el resultado es una puntuación concreta.

VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS.

Son aquellas en las que la función de distribución es una función continua. Se corresponde con el primer tipo de gráfica visto.

Corresponden con variables asociadas a experimentos en los cuales la variable medida puede tomar cualquier valor en un intervalo; mediciones biométricas, por ejemplo.

VARIABLES ALEATORIAS ABSOLUTAMENTE CONTINUAS.

Son aquellas en las que la función de distribución es una función continua. Se corresponde con el primer tipo de gráfica visto.

Por ejemplo la variable medida puede tomar cualquier valor en un intervalo; mediciones biométricas.

VARIABLES ALEATORIAS ABSOLUTAMENTE CONTINUAS.

Una variable aleatoria X continua tiene una distribución absolutamente continua si existe una función real f , positiva e integrable en el conjunto de números reales, tal que la función de distribución F de X se puede expresar como

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

ESPERANZA MATEMÁTICA.

Una variable aleatoria X es el número que expresa el valor medio del fenómeno que representa dicha variable.

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUA.

También es igual al sumatorio de las probabilidades de que exista un suceso aleatorio, multiplicado por el valor del suceso aleatorio. O, dicho de otra forma, el valor medio de un conjunto de datos.

Ejemplo de esperanza matemática.

Imaginemos una moneda. Dos caras, cara y cruz. ¿Cuál sería la esperanza matemática “valor esperado” de que salga cara? La esperanza matemática se calcularía como la probabilidad de que, tirando la moneda un número muy muy grande de veces, salga cara.

La moneda solo puede caer en una de esas dos posiciones y ambas tienen la misma probabilidad de salir, Además es lo mismo, el 50% de las veces.

Ejemplo ¿Cuántas veces ha salido cara contamos las C? 5 veces ¿Cuántas veces ha salido cruz contamos las X? 5 veces. La probabilidad de que salga cara será de $5/10=0,5$ o en porcentaje del 50%.

La estadística teórica, la física cuántica, la econometría, la biología o los mercados financieros. Un ejemplo claro y fácil de entender, es el de la bolsa de valores.

Cálculo de la esperanza matemática.

Se calcula utilizando la probabilidad de cada suceso. Con la fórmula:

$$E[X] = \sum_{i=1}^N x_i P(x_i) = x_1 P(x_1) + x_2 P(x_2) + x_3 P(x_3) \dots + x_n P(x_n)$$

Dónde x es el valor del suceso, P la probabilidad de que ocurra, i el periodo en el que se da dicho suceso y N el número total de periodos u observaciones.

¿Para qué se utiliza la esperanza matemática?

Se utiliza en todas aquellas disciplinas en las que la presencia de sucesos probabilísticos es inherente a las mismas.

Disciplinas tal cómo:

Teoría del desarrolló Markowitz.

En números, simplificando mucho, supongamos que las rentabilidades de un activo financiero son las siguientes: Año 1 12% Año 2 6% Año 3 15% Año 4 12%

La bolsa de valores.

Es lo que esperamos que suceda, pero no podemos confirmarlo. Si el valor esperado o esperanza matemática de la rentabilidad de un activo es de un 10% anual, querrá decir que según la información que tenemos del pasado, lo más probable es que la rentabilidad vuelva a ser de un 10%.

Sería el sumatorio de las rentabilidades multiplicadas por su probabilidad de suceder. La probabilidad de que suceda cada rentabilidad es de 0,25. Tenemos cuatro observaciones, cuatro años. Todos los años tienen la misma probabilidad de repetirse.

$$\text{Esperanza} = (12 \times 0,25) + (6 \times 0,25) + (15 \times 0,25) + (12 \times 0,25) = 3 + 1,5 + 3,75 + 3 = 11,25\%$$

MOMENTOS CON RESPECTO AL ORIGEN Y A LA MEDIA.

Introducir la idea de una variable aleatoria y su distribución y sus características como la media, la varianza, los cuartiles etc.

Variables aleatorias.

A = "la suma de dos tiradas de un dado es 7". Ahora queremos generalizar y tratar de variables, por ejemplo "la suma de las dos tiradas" o "el número de llamadas telefónicas en una hora".

Tipos de variables.

Una variable es discreta si el conjunto de valores posibles un conjunto discreta.

Por ejemplo, X = el número de cruces en 10 tiradas de una moneda. Una variable es continua si el conjunto de valores posibles es un continuo o la unión de varios continuos. El tiempo exacto hasta que reciba una llamada telefónica. Una variable es mixta si puede tomar algunos valores de un conjunto discreta y otros valores de uno o más conjuntos continuos. El tiempo que tengo que esperar en la cola antes de recibir servicio.

LA VARIANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA.

Es una característica numérica que proporciona una idea de la dispersión de la variable aleatoria respecto de su esperanza. Decimos que es un parámetro de dispersión.

La definición es la siguiente:

$$Var(X) = E((X - E(X))^2)$$

En el caso de las variables discretas, la expresión se convierte en:

$$Var(X) = \sum_{x_i \in X(\Omega)} (x_i - E(X))^2 f(x_i)$$

Mientras que para las variables continuas tenemos:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx$$

En ambos casos existe una expresión equivalente alternativa y generalmente de cálculo más fácil:

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

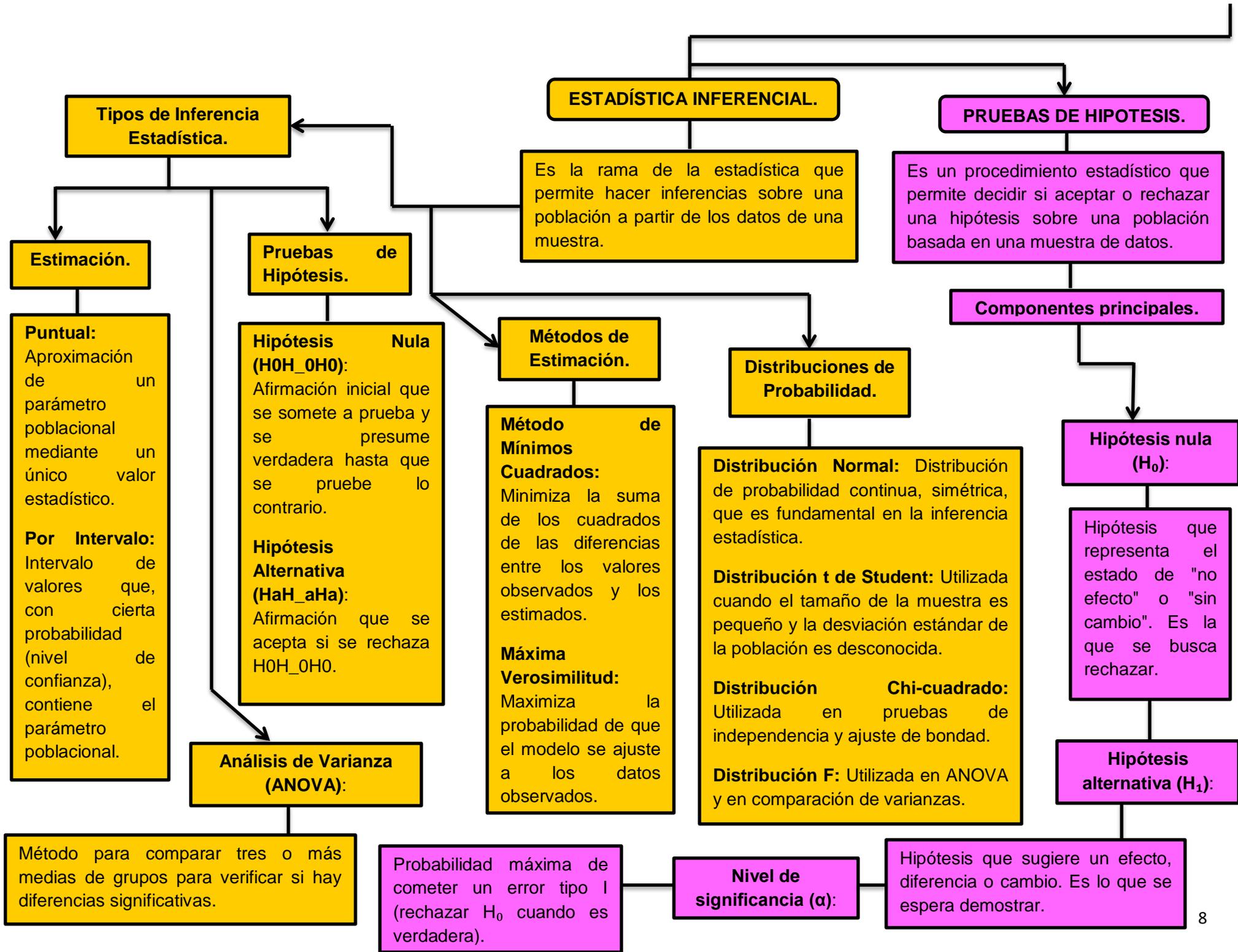
Las características de la varianza.

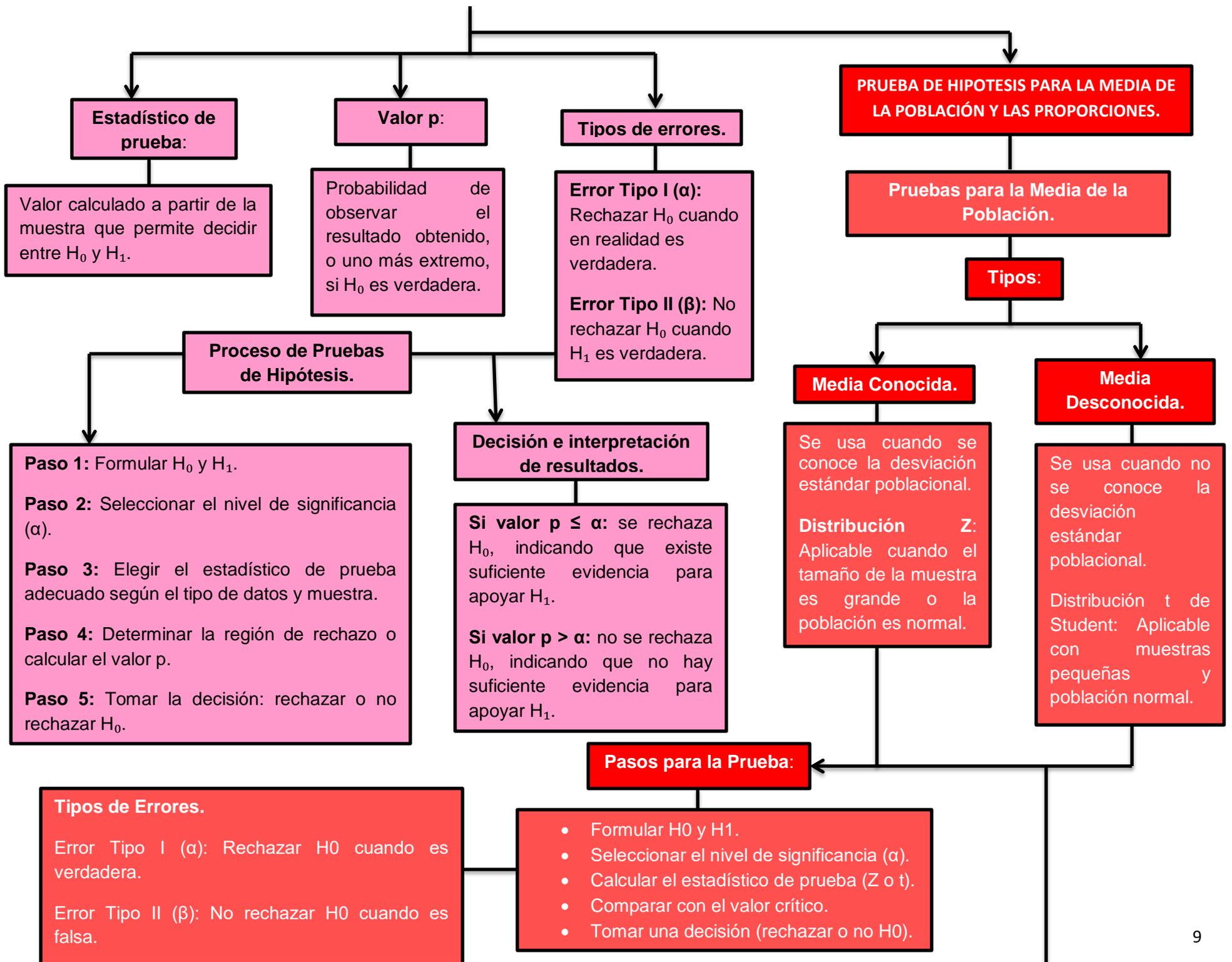
Viene expresada en unidades cuadráticas respecto de las unidades originales de la variable. Un parámetro de dispersión derivado de la varianza y que tiene las mismas unidades de la variable aleatoria es la desviación típica, que se define como la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{E((X - E(X))^2)}$$

Propiedades de la varianza

1. $Var(X) \geq 0$
2. $Var(k \cdot X) = k^2 \cdot Var(X)$ para todo número real k.
3. $Var(k) = 0$ para todo número real k.
4. $Var(a \cdot X + b) = a^2 \cdot Var(X)$ para todo par de números reales a i b.





PROEBA DE HIPOTESIS PARA LA DIFERENCIA ENTRE DOS MEDIAS O DOS PROPORCIONES.

Prueba de hipótesis para la diferencia de parámetros

Determinar si existe una diferencia significativa entre dos poblaciones con respecto a sus medias o proporciones.

Parámetros de Interés.

Diferencia de Medias ($\mu_1 - \mu_2$)
($\mu_1 - \mu_2$)
Diferencia de Proporciones
($p_1 - p_2$) ($p_1 - p_2$) ($p_1 - p_2$)

REGRESIÓN LINEAL Y CORRELACIÓN.

Modelos estadísticos
Relación entre variables

Componentes generales de una prueba de hipótesis.

Hipótesis Nula (H0): Afirma que no hay diferencia significativa entre las medias o proporciones de las poblaciones ($H_0: \mu_1 = \mu_2$ o $p_1 = p_2$).

Hipótesis Alternativa (H1): Afirma que existe una diferencia significativa entre las medias o proporciones de las poblaciones ($H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ o $p_1 \neq p_2$).

Nivel de Significancia (α): Probabilidad de rechazar H0 cuando es verdadera.

Estadístico de Prueba: Calculado a partir de la muestra para tomar la decisión.

Regla de Decisión: Criterio basado en el valor del estadístico de prueba para rechazar o no H0.

Prueba de Hipótesis para la diferencia entre dos medias.

Tipos de Pruebas para Medias.
Muestras Independientes.
Varianzas Conocidas: Se utiliza cuando las desviaciones estándar de ambas poblaciones son conocidas.
Distribución Z: Aplicable si las poblaciones son normales o el tamaño de muestra es grande.

Varianzas Desconocidas:

Distribución t de Student.
Varianzas Iguales: Prueba t para muestras independientes.
Varianzas Desiguales: Prueba t de Welch (para varianzas diferentes).
Muestras Pareadas (o relacionadas): Usada cuando las observaciones están emparejadas o relacionadas entre sí.
Distribución t de Student para muestras dependientes.

Correlación.

Mide la fuerza y dirección de la relación entre dos variables.

Tipos de Correlación.

- Positiva:** Aumentan ambas variables.
- Negativa:** Una aumenta y la otra disminuye.
- Nula:** No existe relación aparente.

Coefficiente de Correlación (r).

Valores: Va de -1 a 1

Interpretación:

- Cercano a 1: Correlación positiva fuerte
- Cercano a -1: Correlación negativa fuerte
- Cercano a 0: Correlación débil o inexistente

Regresión Lineal.

Método para predecir valores de una variable (dependiente) con base en otra (independiente).

Ecuación de la Recta de Regresión.
Ecuación: $y = a + bx$

Parámetros:

- A (intercepto): Punto en el que la línea de regresión cruza el eje y.
- B (pendiente): Tasa de cambio de y respecto a x.

ANALISIS DE REGRESION LINEAL SIMPLE.

Método estadístico para estudiar la relación entre dos variables cuantitativas.

Predecir el valor de una variable dependiente YYY en función de una variable independiente XXX.

Componentes del modelo de regresión.

Variables.

Parámetros del modelo.

Pendiente β_1 / β_1 : Representa el cambio en YYY por cada unidad de cambio en XXX.

Intercepto β_0 / β_0 : Valor de YYY cuando $X = 0$.

Error ϵ / ϵ : Diferencia entre el valor real y el valor predicho de YYY.

Variable independiente XXX: Predictor o explicativa.

Variable dependiente YYY: Respuesta u objetivo.

Interpretación de Parámetros

Pendiente: Indica el cambio en yyy por cada unidad de xxx.

Intercepto: Valor de yyy cuando $x = 0$.

Errores de la Regresión.

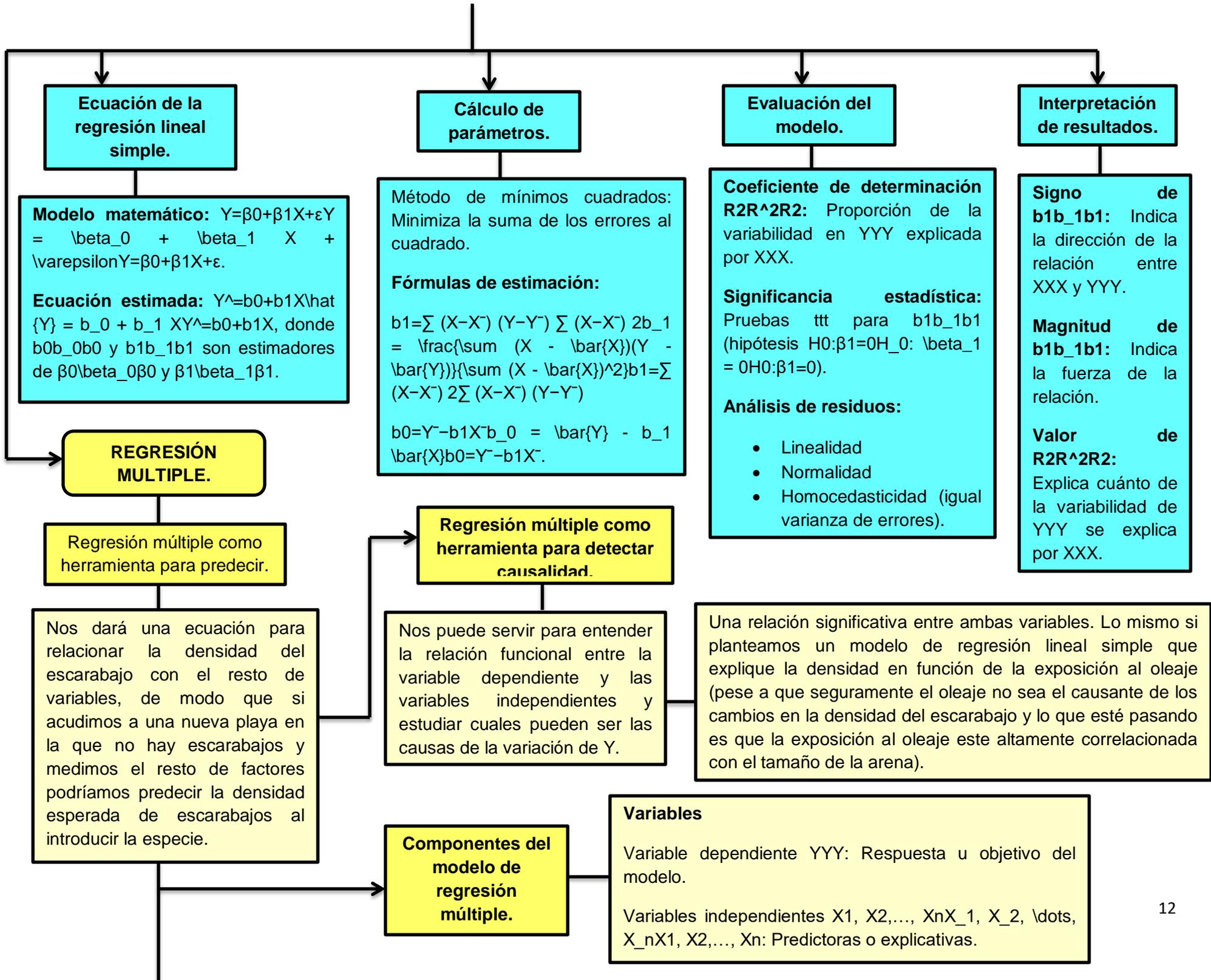
Error estándar: Mide la precisión de la predicción.

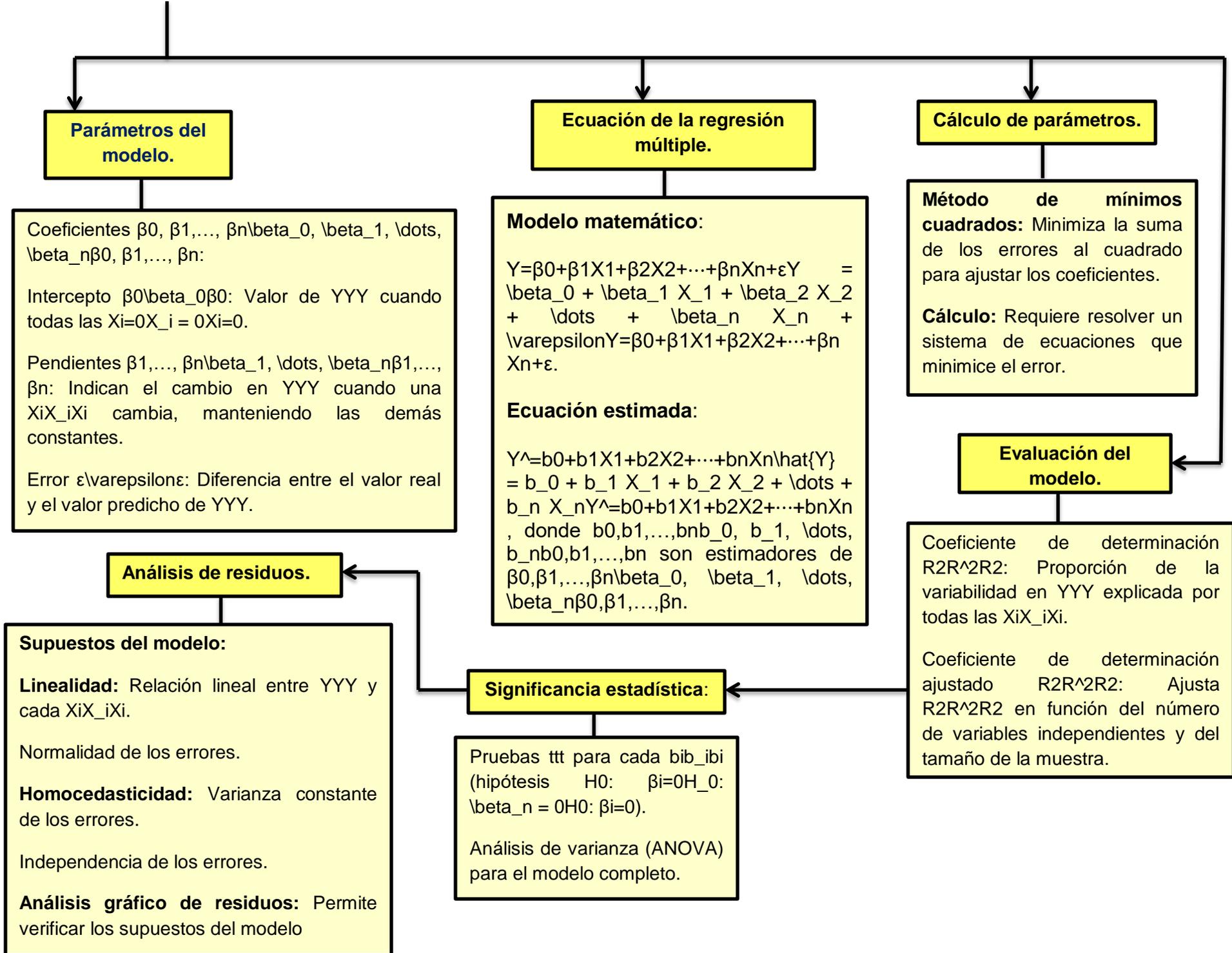
Residuales: Diferencia entre los valores observados y los predichos.

Tipos de Regresión.

Simple: Una variable dependiente y una independiente.

Múltiple: Más de una variable independiente.





CONCLUSIÓN PERSONAL.

Para concluir el estudio de estos temas en estadística, es importante reconocer la utilidad que tienen las variables aleatorias y las distribuciones de probabilidad en el análisis y la interpretación de datos inciertos o variables. Estos conceptos son la base de la estadística inferencial, ya que nos permiten hacer predicciones, inferencias y tomar decisiones fundamentadas bajo condiciones de incertidumbre.

Al estudiar variables aleatorias y su clasificación “discretas y continuas”, comprendemos cómo modelar fenómenos y cuantificar resultados que dependen del azar. Las distribuciones de probabilidades discretas y continuas nos muestran patrones de probabilidad para diferentes tipos de variables aleatorias, permitiéndonos describir y anticipar la frecuencia de los resultados esperados.

La esperanza matemática y los momentos respecto al origen y a la media brindan medidas centrales que ayudan a resumir la distribución de la variable, mientras que la varianza ofrece una medida de dispersión que indica cuán alejados están los resultados respecto a la media. Estas herramientas son esenciales para resumir y comparar conjuntos de datos de manera cuantitativa.

Por otro lado, en la estadística inferencial y las pruebas de hipótesis, se busca tomar decisiones sobre una población con base en una muestra. Las pruebas de hipótesis permiten verificar con cierto nivel de confianza si una afirmación sobre una población es verdadera o no. Esto es clave en la toma de decisiones en ciencia, negocios, ingeniería, y otros campos, donde la prueba para la media o proporciones ayuda a contrastar hipótesis, y la prueba para la diferencia entre dos medias o dos proporciones permite comparar dos grupos.

Finalmente, el estudio de la regresión lineal y la correlación permite modelar y analizar relaciones entre variables. En el análisis de regresión lineal simple, se explora la relación lineal entre dos variables, lo cual puede ser útil para realizar predicciones. En el caso de la regresión múltiple, se analizan varias variables independientes, permitiendo un análisis más detallado y completo de los factores que influyen en una variable de interés.

En conclusión, estos temas constituyen una base sólida para entender y aplicar métodos estadísticos avanzados, ya que brindan las herramientas necesarias para analizar datos,

hacer inferencias y modelar relaciones, esenciales para tomar decisiones informadas en diversos campos.

CONCLUSIÓN.

Entendimos sobre los temas, que la comprensión de las variables aleatorias y las distribuciones de probabilidad es fundamental en estadística, permiten modelar fenómenos aleatorios y predecir comportamientos futuros. Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico a cada resultado posible de un experimento aleatorio, y se clasifica en dos tipos: discretas, que toman valores específicos, y continuas, que pueden tomar cualquier valor en un intervalo.

Las distribuciones de probabilidad representan cómo se distribuyen los valores posibles de una variable aleatoria y se dividen también en discretas y continuas. Por ejemplo, la distribución binomial es una distribución discreta, mientras que la normal es continua. La esperanza matemática y los momentos con respecto al origen o la media ofrecen medidas importantes de tendencia central y de forma de la distribución de una variable aleatoria, siendo la varianza una medida clave de la dispersión.

Estadística inferencial se enfoca en realizar generalizaciones sobre una población con base en muestras. Una herramienta fundamental es la prueba de hipótesis, que permite decidir si una afirmación sobre una población es razonable. Esto incluye pruebas sobre la media, proporciones y diferencias entre medias o proporciones de dos poblaciones.

Finalmente, la regresión y correlación permiten modelar relaciones entre variables. La regresión lineal simple analiza la relación entre dos variables, mientras que la regresión múltiple incluye múltiples variables independientes. Estas herramientas son esenciales en la toma de decisiones y en la predicción de tendencias, proporcionando modelos para comprender mejor las relaciones entre las variables y realizar predicciones informadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Steel R., Torrie J. Bioestadística. Segunda edición. Mc Graw Hill. 1988
2. Walpole R., Myers R., Myers S., Ye K. Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias. Octava Edición. Pearson, Prentice Hall. 2007
3. <http://www.ub.edu/stat/GrupsInnovacio/Statmedia/demo/Temas/Capitulo2/B0C2m1t5.htm>
4. https://www.sergas.es/Saude/publica/Documents/1899/Ayuda_Epidat_4_Distribuciones_de_probabilidad_Octubre2014
5. Anderson, D Sweeney D. y Williams, T. (1982, 2005). Estadística para administración y economía, México: Thomson editores.
6. Chistensen, H (1990). Estadística pasó a paso. México: Trillas 3ra edición.
7. http://www.halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/mwiper/docencia/Spanish/Teoria_Est_El/tema5_orig.
8. https://www.ugr.es/~bioestad/private/Tema_3.pdf
9. Garzo, F. Y García, F. (1988) Estadística. España: Mc Graw Hill Interamericana.
10. Giménez, J (S.F). Matemática V. Caracas: Ediciones Eneva.
11. http://eio.usc.es/eipc1/BASE/BASEMASTER/FORMULARIOS-PHP/DPTO/MATERIALES/Mat_50140128_RegresionMultiple.pdf
12. Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2011). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias (9.ª ed.). Pearson Educación.
13. Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2013). Probabilidad y Estadística (14.ª ed.). Cengage Learning.
14. Devore, J. L. (2011). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias (8.ª ed.). Cengage Learning
15. Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería (6.ª ed.). Limusa Wiley.
16. Peck, R., Olsen, C., & Devore, J. L. (2015). Introducción a la Estadística y sus Aplicaciones (6.ª ed.). Cengage Learning.