

TITULO: FACTORIZACION

ALGEBRA

AUTOR: Estefany Yaquelin Espinosa Perez

UNIDAD IV



UDS

La **factorización** es el proceso algebraico mediante el cual descomponemos una expresión algebraica en factores más simples. Existen diferentes métodos para factorizar, y cada uno es útil dependiendo de la forma del polinomio. En esta nota se cubrirán todos los casos fundamentales: **factorización por factor común**, **factorización por agrupación**, **productos notables**, y los diferentes tipos de **trinómios** cuadráticos y otros casos especiales.

1. Factorización por Factor Común

Definición:

Este método consiste en identificar el **factor común** entre los términos de un polinomio y extraerlo fuera de los paréntesis.

Ejemplo:

$$6x^2+9x \quad 6x^2+9x^2+9x$$

El factor común es **3x**, por lo que factorizamos:

$$6x^2+9x=3x(2x+3) \quad 6x^2+9x^2+9x=3x(2x+3) \quad 6x^2+9x=3x(2x+3)$$

2. Factorización por Agrupación

Definición:

Este método es útil cuando un polinomio tiene más de dos términos. Se agrupan los términos de manera que se pueda extraer un factor común de cada grupo.

Ejemplo:

$$ax+ay+bx+by \quad ax+ay+bx+by$$

Agrupamos los términos de la siguiente manera:

$$a(x+y)+b(x+y) \quad a(x+y)+b(x+y)$$

Ahora, extraemos el factor común $(x+y)(x+y)(x+y)$:

$$(a+b)(x+y)(a+b)(x+y)(a+b)(x+y)$$

3. Casos Especiales de Factorización

Diferencia de Cuadrados

Definición:

Cuando tenemos una expresión en la forma $a^2 - b^2$, se puede factorizar como el producto de dos binomios conjugados.

Fórmula:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Ejemplo:

$$9x^2 - 16 = (3x+4)(3x-4)$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Definición:

Un trinomio cuadrado perfecto es el que se obtiene al elevar un binomio al cuadrado. La forma general es:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

Cubo Perfecto de un Binomio

Definición:

El cubo perfecto de un binomio es la expansión de un binomio elevado al cubo. La fórmula general es:

Fórmula:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

4. Productos Notables

Los **productos notables** son identidades algebraicas que permiten realizar multiplicaciones de binomios o expresiones similares de manera rápida.

Producto de un Binomio por su Conjugado (Diferencia de Cuadrados)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Cuadrado de un Binomio

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Cubo de un Binomio

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

5. Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$

Este tipo de trinomio se puede factorizar buscando dos números cuya multiplicación sea igual a **c** y cuya suma sea igual a **b**.

Ejemplo:

$$x^2 + 5x + 6$$

Los dos números que multiplicados dan 6 y sumados dan 5 son **2** y **3**. Por lo tanto:

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

6. Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$

Este caso es una generalización del trinomio $x^2+bx+cx^2 + bx + cx^2+bx+c$, donde el coeficiente de x^2 es **a** (diferente de 1). Para factorizarlo, debemos buscar dos números cuya multiplicación sea igual a **a*c** y cuya suma sea igual a **b**.

Ejemplo:

Factorizamos el trinomio $6x^2+11x+36x^2 + 11x + 36x^2+11x+3$.

1. Multiplicamos **a** y **c**: $6 \times 3 = 18$ y $3 \times 3 = 9$.
2. Buscamos dos números que multiplicados den 18 y sumados den 11. Estos números son **9** y **2**.
3. Reescribimos el trinomio:

$$6x^2+9x+2x+36x^2 + 9x + 2x + 36x^2+9x+2x+3$$

4. Agrupamos:

$$3x(2x+3)+1(2x+3)3x(2x + 3) + 1(2x + 3)3x(2x+3)+1(2x+3)$$

5. Extraemos el factor común:

$$(2x+3)(3x+1)(2x + 3)(3x + 1)(2x+3)(3x+1)$$

Conclusión

La **factorización** es una técnica fundamental en álgebra que permite descomponer expresiones algebraicas en factores más simples, lo que facilita la resolución de ecuaciones y problemas matemáticos en general. A través de métodos como la **factorización por factor común**, **agrupación**, y los **productos notables**, podemos simplificar expresiones y encontrar soluciones de manera más eficiente.

Es importante entender las distintas formas de factorización, como la **diferencia de cuadrados**, el **trinomio cuadrado perfecto**, el **cubo perfecto de un binomio** y los **trinómios cuadráticos**, ya que cada uno tiene sus características específicas que se deben identificar para aplicar el método adecuado. La práctica constante de estos métodos será clave para dominar la factorización y resolver problemas algebraicos de manera efectiva.