Nombre del alumno: Victor Hugo López Moreno

Nombre del profesor: Violeta Mabridis Mérida Velázquez

Nombre del trabajo: Supernota

Materia: Análisis de sistemas y señales.

Grado: 4°

# De la serie de Fourier a la integral de Fourier

La serie de Fourier es una herramienta matemática que permite obtener información de una función determinada a través de una transformación. Esta transformación reduce la complejidad de una ecuación.

La integral de Fourier es una transformada integral que se utiliza para resolver problemas que son difíciles de resolver en sus coordenadas originales. Al transformar el problema al espacio recíproco, es más sencillo de resolver. Posteriormente, la transformada inversa devuelve la solución en el espacio original.

Sea f(t) una función de variable real t, que es integrable Riemann en el intervalo [t0-T/2,t0+T/2], entonces se puede obtener el desarrollo en serie de Fourier de f dicho intervalo. Fuera del intervalo la serie es periódica, con período T.
Si f(t) es periódica en toda la recta real, la aproximación por series de Fourier también será válida en todos los valores de t.
Luego la serie de Fourier asociada a f(t) es:

$$x_{(t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t}$$

$c_k$: coeficientes complejos de Fourier

$$c_k = \frac{1}{T_o}\int_{T_o} x_{(t)} e^{-jk\omega_o t}\, dt$$

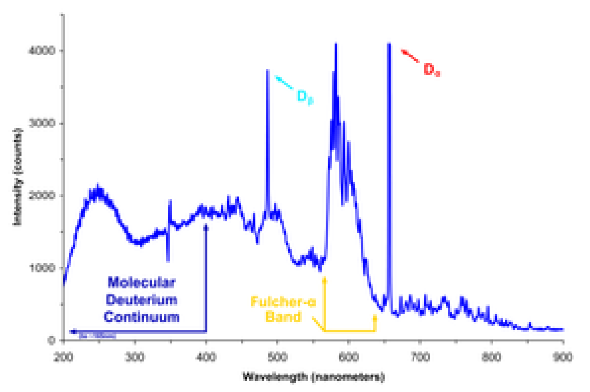
f(t)  a02+Σn=1∞[ancos(2nπTt)+bnsen(2nπTt)]
donde a0, an y bn son los coeficientes de Fourier que toman los valores:
a0=2T∫-T/2T/2f(t)dt,an=2T∫-T/2T/2f(t)cos(2nπTt)dt,bn=2T∫-T/2T/2f(t)sen(2nπTt)dt.
Otra forma de definir la serie de Fourier es:
f(t)=a02+Σn=1∞(ancosωnt+bnsenωnt)
donde ωn=nω y ω=2πf=2πT siendo:
a0=2T∫t0t0+Tf(t)dt,an=2T∫t0t0+Tf(t)cosωntdt,bn=2T∫t0t0+Tf(t)senωntdt.
a esta forma de la serie de Fourier se le conoce como la serie trigonométrica de Fourier.

**Forma compleja**

[editar]

Por la fórmula de Euler, las fórmulas de arriba pueden expresarse también en su forma compleja:
f(t)  Σn=-∞∞cne2πinTt.
Los coeficientes ahora serían:
cn=1T∫-T/2T/2f(t)e-2πinTtdt.

# El espectro continúo.




En física, un espectro continuo generalmente significa un conjunto de valores alcanzables para cierta cantidad física (como energía o longitud de onda) que se describe mejor como un intervalo de números reales, en oposición a un espectro discreto, un conjunto de valores alcanzables que son discretos en el sentido matemático, donde hay una brecha positiva entre cada valor y el siguiente.

El ejemplo clásico de un espectro continuo, del cual se deriva el nombre, es la parte del espectro de la luz emitida por los átomos excitados de hidrógeno que se debe a que los electrones libres se unen a un ion de hidrógeno y emiten fotones, que se extienden suavemente en un amplio rango de longitudes de onda, en contraste con las líneas discretas debido a que los electrones caen de algún estado cuántico unido a un estado de menor energía.[1]

Como en ese ejemplo clásico, el término se usa con mayor frecuencia cuando el rango de valores de una cantidad física puede tener tanto una parte continua como una parte discreta, ya sea al mismo tiempo o en diferentes situaciones. En los sistemas cuánticos, los espectros continuos (como en bremsstrahlung y radiación térmica) generalmente se asocian con partículas libres, como átomos en un gas, electrones en un haz de electrones o electrones en banda de conducción en un metal. En particular, la posición y el momento de una partícula libre tiene un espectro continuo, pero cuando la partícula se limita a un espacio limitado, su espectro se vuelve discreto.

A menudo, un espectro continuo puede ser solo un modelo conveniente para un espectro discreto cuyos valores están demasiado cerca para distinguirse, como en los fonones en un cristal.

Los espectros continuos y discretos de los sistemas físicos pueden modelarse en el análisis funcional como diferentes partes en la descomposición del espectro de un operador lineal que actúa sobre un espacio funcional, como el operador hamiltoniano.

# Relación entre la transformada de Fourier y la transformada de Laplace.

Las series de Fourier se utilizan, básicamente, para analizar funciones que son periódicas; analizamos su correspondiente Serie de Fourier, que no es más que una descomposición de la función original en una suma infinita de funciones elementales en senos y cosenos que tienen frecuencias múltiplos de la señal inicial. En ingeniería se usan en óptica, acústica, procesamiento de señales (audio, vídeo o simplemente imágenes), estudio de vibraciones y perturbaciones de sistemas, etc…

La transformación de Laplace permite tratar cualquier señal en el dominio del tiempo mediante la formulación de dicha señal en el dominio complejo. Alternativamente, la transformación de Fourier expresa cualquier señal formulada en el dominio del tiempo como una combinación de señales sinusoidales.

$$C_n = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{2}{T}\cdot\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\cos(n\cdot\omega_o\cdot t)\cdot dt - j\cdot\frac{2}{T}\cdot\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\text{sen}(n\cdot\omega_o\cdot t)\cdot dt\right] =$$

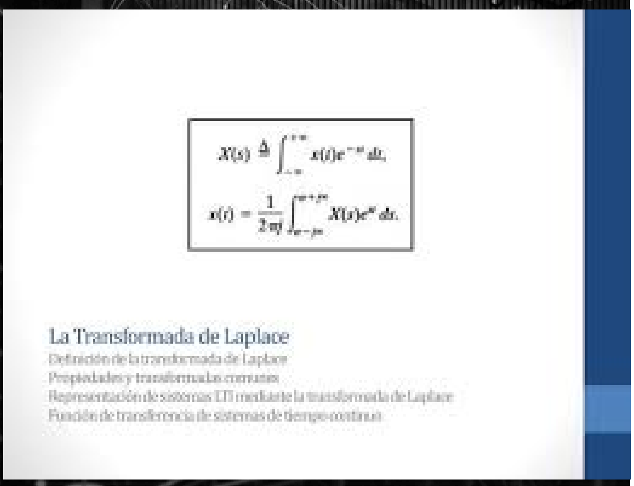
$$C_n = \frac{1}{T}\cdot\left[\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\cos(n\cdot\omega_o\cdot t)\cdot dt \int_{-T/2}^{T/2} - j\cdot f(t)\cdot\text{sen}(n\cdot\omega_o\cdot t)\cdot dt\right] =$$

$$C_n = \frac{1}{T}\cdot\left[\int_{-T/2}^{T/2}\left[f(t)\cdot\cos(n\cdot\omega_o\cdot t) - j\cdot f(t)\cdot\text{sen}(n\cdot\omega_o\cdot t)\right]\cdot dt\right] =$$

$$C_n = \frac{1}{T}\cdot\left[\int_{-T/2}^{T/2}\left[f(t)\cdot e^{-j\cdot n\cdot\omega_o\cdot t}\right]\cdot dt\right]$$

$$C_n^* = \frac{1}{T}\cdot\left[\int_{-T/2}^{T/2}\left[f(t)\cdot e^{j\cdot n\cdot\omega_o\cdot t}\right]\cdot dt\right]$$

# Propiedades y transformadas comunes.

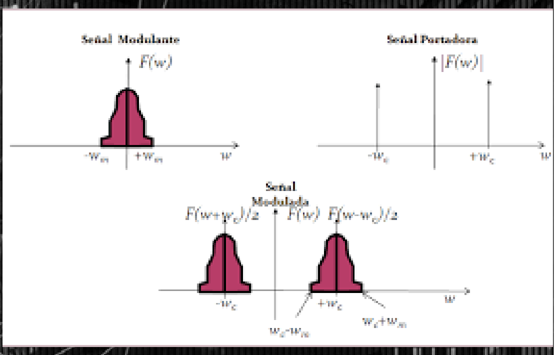



Algunas transformadas comunes y sus propiedades son:

- Transformada de Fourier
- Es una transformación matemática que convierte una función del tiempo en una función de frecuencia. Es reversible y se utiliza en la ingeniería y la física.
- 
- 
- Transformada de Laplace
- Es una técnica que se usa en la ingeniería y las ciencias para resolver ecuaciones diferenciales lineales. Su propiedad es que transforma las ecuaciones diferenciales en ecuaciones polinómicas, que se pueden resolver con operaciones algebraicas.
- 
- 
- Transformada Z
- Es una herramienta matemática que permite trabajar con sistemas discretos. Se puede utilizar para determinar la estabilidad de un sistema de tiempo discreto, como un radar o un resonador magnético.
- 
- 

El teorema de Fourier, formulado por el matemático y físico francés Jean-Baptiste Joseph Fourier, afirma que cualquier función periódica se puede expresar como la suma de una serie de sinusoidales armónicas

# Propiedad de modulación.




Modulación engloba el conjunto de técnicas que se usan para transportar información sobre una onda portadora, típicamente una onda sinusoidal. Estas técnicas permiten un mejor aprovechamiento del canal de comunicación lo que posibilita transmitir más información de forma simultánea además de mejorar la resistencia contra posibles ruidos e interferencias. Según la American National Standard for Telecommunications, la modulación es el proceso, o el resultado del proceso, de variar una característica de una onda portadora de acuerdo con una señal que transporta información. El propósito de la modulación es sobreponer señales en las ondas portadoras.

Básicamente, la modulación consiste en hacer que un parámetro de la onda portadora cambie de valor de acuerdo con las variaciones de la señal moduladora, que es la información que queremos transmitir.

Un modulador es un dispositivo o circuito que realiza la modulación. Un demodulador (a veces detector) es un circuito que realiza demodulación, el inverso de la modulación. Un módem (de modulador–demodulador), utilizado en la comunicación bidireccional, puede realizar ambas operaciones. La banda de frecuencia ocupada por la señal de modulación se denomina banda base, mientras que la banda de frecuencia más alta ocupada por la portadora modulada se denomina banda de paso.

En la modulación analógica se imprime una señal de modulación analógica en la portadora. Los ejemplos son modulación de amplitud (AM) en la que la amplitud (fuerza) de la onda portadora varía según la señal de modulación, y modulación de frecuencia (FM) en la que la frecuencia de la onda portadora es variada por la señal de modulación. Estos fueron los primeros tipos de modulación y se utilizan para transmitir una señal de audio que representa el sonido, radiodifusión en AM y FM. Los sistemas más recientes utilizan modulación digital, que imprime una señal digital que consiste en una secuencia de dígitos binarios (bits), un flujo de bits, en la portadora, mediante medios de mapeo de bits a elementos de un alfabeto discreto para ser transmitidos. Este alfabeto puede consistir en un conjunto de números reales o complejos, o secuencias, como oscilaciones de diferentes frecuencias, la llamada modulación frequency-shift keying (FSK). Un método de modulación digital más complicado que emplea múltiples portadoras, la multiplexación por división de frecuencia ortogonal (OFDM), se utiliza en redes WiFi, emisora de radio digital y transmisión de televisión por cable digital.

# Propiedad de convolución.

En matemáticas, y en particular análisis funcional, una convolución es un operador matemático que transforma dos funciones f y g en una tercera función que en cierto sentido representa la magnitud en la que se superponen f y una versión trasladada e invertida de g. Una convolución es un tipo muy general de media móvil, como se puede observar si una de las funciones se toma como la función característica de un intervalo.

La convolución de f y g se denota f∗g. Se define como la integral del producto de ambas funciones después de desplazar una de ellas una distancia t.

(f∗g)(t) =.∫-∞∞f(η)g(t-η)dη

El intervalo de integración dependerá del dominio sobre el que estén definidas las funciones. En el caso de un rango de integración finito, f y g se consideran a menudo como extendidas, periódicamente en ambas direcciones, tal que el término g(t - η) no implique una violación en el rango. Cuando se usan estos dominios periódicos la convolución a veces se llama cíclica. Desde luego que también es posible extender con ceros los dominios. El nombre usado cuando se ponen en juego estos dominios cero-extendidos o bien los infinitos es el de convolución lineal, especialmente en el caso discreto que se presentará abajo.

Si X e Y son dos variables aleatorias independientes con funciones de densidad de probabilidad f y g, respectivamente, entonces la densidad de probabilidad de la suma X + Y vendrá dada por la convolución f ∗ g.

Para las funciones discretas se puede usar una forma discreta de la convolución. Esto es:

f[m]∗g[m]=Σnf[n]g[m-n]

Cuando se multiplican dos polinomios, los coeficientes del producto están dados por la convolución de las sucesiones originales de coeficientes, en el sentido dado aquí (usando extensiones con ceros como se ha mencionado).

Generalizando los casos anteriores, la convolución puede ser definida para cualesquiera dos funciones de cuadrado integrable definidas sobre un grupo topológico localmente compacto. Una generalización diferente es la convolución de distribuciones.

Uso

# Fuentes


https://es.wikipedia.org/wiki/Serie_de_Fourier#:~:text=Las%20series%20de%20Fourier%20tienen%20muchas%20aplicaciones%20en%20la%20ingenier%C3%ADa,con%20cascar%C3%B3n%20delgado%2C%E2%80%8B%20etc.

https://es.wikipedia.org/wiki/Espectro_continuo

https://enrique.sanchez.webs.uvigo.es/PDFs/107_TemaVII-Fouriernotas.pdf

https://es.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Laplace

https://es.wikipedia.org/wiki/Modulaci%C3%B3n_(telecomunicaci%C3%B3n)#:~:text=B%C3%A1sicamente%2C%20la%20modulaci%C3%B3n%20consiste%20en,circuito%20que%20realiza%20la%20modulaci%C3%B3n.
https://es.wikipedia.org/wiki/Convoluci%C3%B3n