UDS

# Cálculo

Bachillerato
Recursos Humanos

Euridice Krissel
Solórzano Vázquez

# Investigación.

- Realiza una Investigación sobre los siguientes temas:

## Limite y continuidad de Funciones.

Desimos que x tiende a un valor a y los escribimos x -> a, si se pueden tomar valores de x tan proximos a a como se quiera, pero sin llegar a valer a

Si la aproximación es por defecto (con valores menores que a) se dice que x tiende a a por la izquierda, y se escribe $x \to a^-$, y si es por exceso (con valores mayores que a) se dice que x tiende a a por la derecha, y se escribe $x \to a^+$.

Cuando la variable x de una función f tiende a un valor a, cabe preguntarse si sus Imágenes mediante f tiende a otros valores concretos:

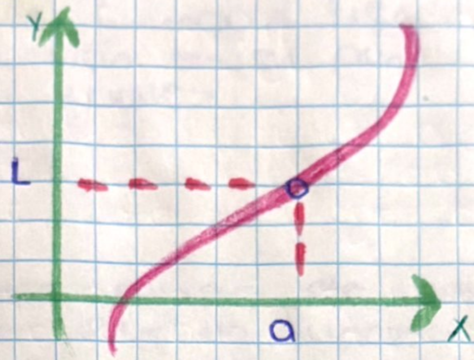
Si f(x) tiende a un valor L cuando x tiende a a, se dice que L es el límite de f(x) cuando x -> a y se escribe.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

# • Calculo del límite de una función.

El límite de la función f(x) cuando x tiende a a es el valor al que se aproxima la función cuando la x se aproxima a a

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$




• Consepto de limite de una funcion en un punto.

A la izquierda, notación utilizada para referirnos al límite de una función en un punto cuando la x se aproxima a a. A la derecha, el consepto. A medida que tomamos valores proximos a a, tanto por la izquierda como por la derecha, los correspondiente valores de f(x) se aproxima a L.

Por otro lado observa que, en este ejemplo, la función no esta definida en x = a ($\nexists f(a)$) y sin embargo sí el límite, lo que pone de manifiesto que son conseptos distintos.

# • Continuidad de funciones.

- Se dice que una función $f(x)$ es continua en un punto $a$, si y solo, si se verifican las condiciones siguientes:

- La función existe en $a$.
- Existe límite de $f(x)$ cuando $x$ tiende a $a$
- El valor de la función en el punto y el límite en dicho punto son iguales:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

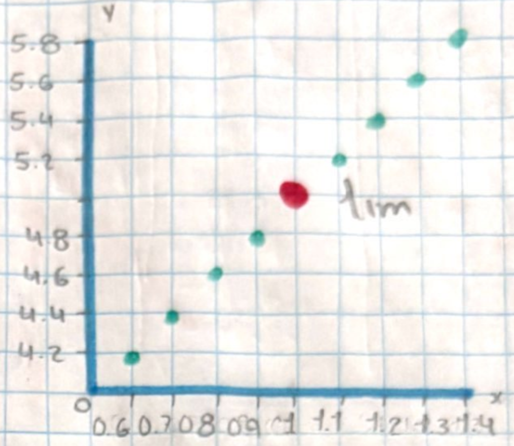
Cuando no se cumple alguna de las anteriores condiciones, se dice que la función es discontinua en el punto.
Por otra parte, se considera que la función es continua en un intervalo $(a,b)$ cuando es continua en todo punto $x$ tal que $a < x < b$.

Euridice Krissel Solorzano Vazquez.

# Ejercicios Prácticos.

1: Calcula el límite de la función $f(x) = 2x+3$ cuando $x$ tiene a 1

| x | f(x) | 2x+3 |
|---|---|---|
| 0.6 | 4.2 | $2(0.6)+3 = 4.2$ |
| 0.7 | 4.4 | $2(0.7)+3 = 4.4$ |
| 0.8 | 4.6 | $2(0.8)+3 = 4.6$ |
| 0.9 | 4.8 | $2(0.9)+3 = 4.8$ |
| 1 | | |
| 1.1 | 5.2 | $2(1.1)+3 = 5.2$ |
| 1.2 | 5.4 | $2(1.2)+3 = 5.4$ |
| 1.3 | 5.6 | $2(1.3)+3 = 5.6$ |
| 1.4 | 5.8 | $2(1.4)+3 = 5.8$ |

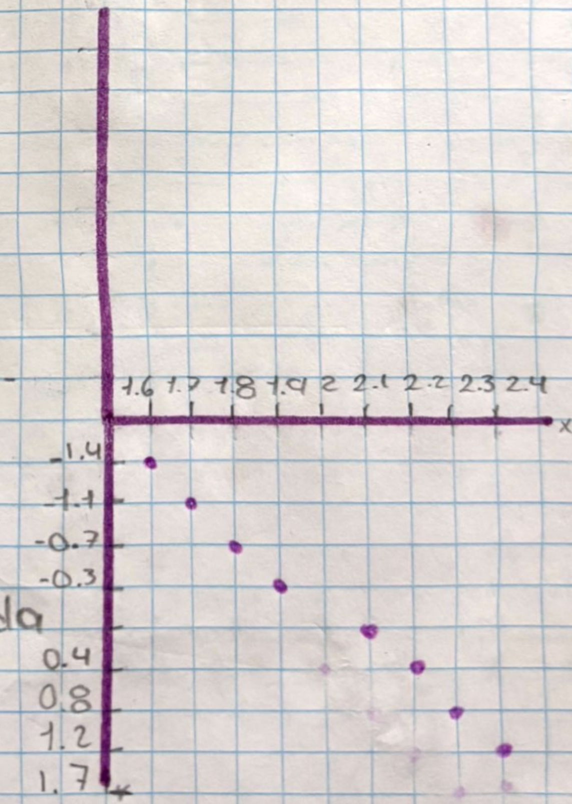



$\lim f(x) = 5$

2: Determina el límite de la función $g(r) = x^2 - 4$ cuando $x$ tiene a 2.

| X | g(r) | $x^2 - 4$ |
|---|---|---|
| 1.6 | -1.4 | $1.6^2 - 4 = -1.4$ |
| 1.7 | -1.1 | $1.7^2 - 4 = -1.1$ |
| 1.8 | -0.7 | $1.8^2 - 4 = -0.7$ |
| 1.9 | -0.3 | $1.9^2 - 4 = -0.3$ |
| 2 | | |
| 2.1 | 0.4 | $2.1^2 - 4 = 0.4$ |
| 2.2 | 0.8 | $2.2^2 - 4 = 0.8$ |
| 2.3 | 1.2 | $2.3^2 - 4 = 1.2$ |
| 2.4 | 1.7 | $2.4^2 - 4 = 1.7$ |

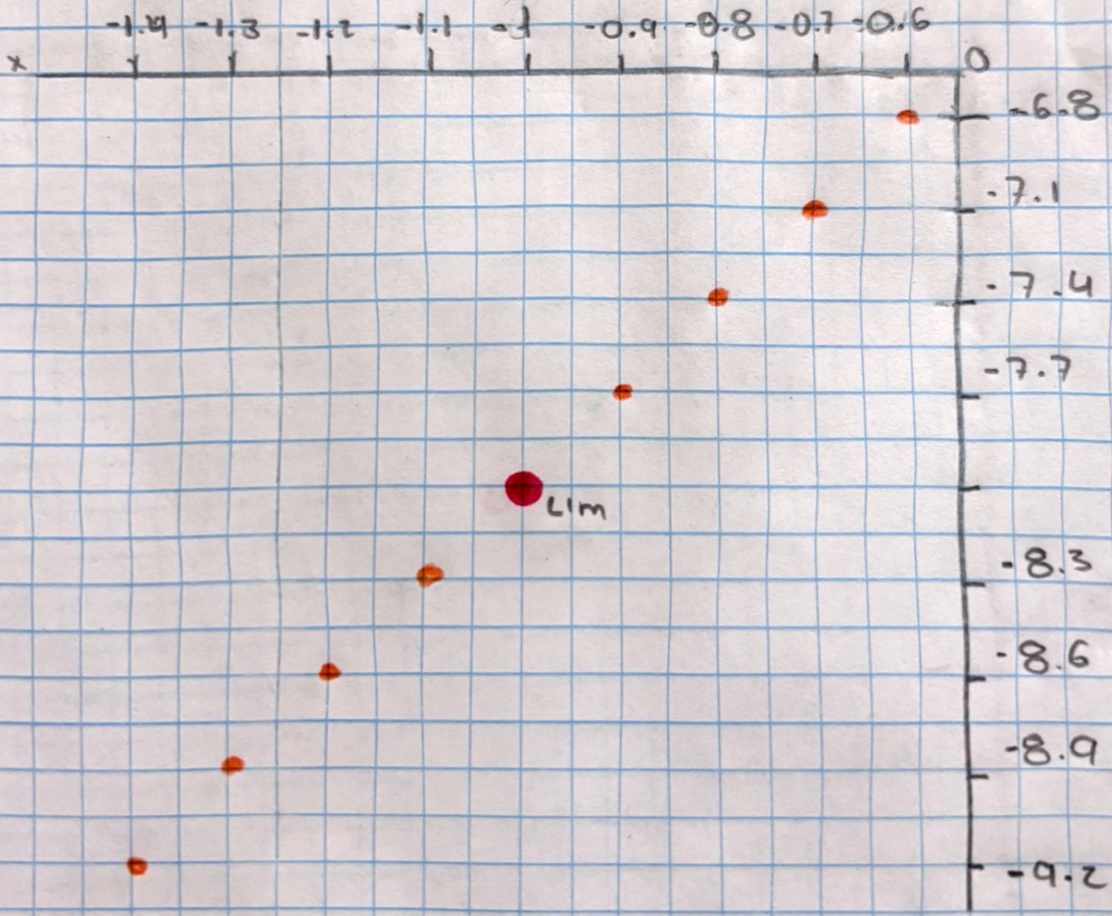
$\lim g(r) =$ Indeterminada



3: Calcula el límite de la función $h(x) = 3x - 5$ cuando $x$ tiende a $-1$.

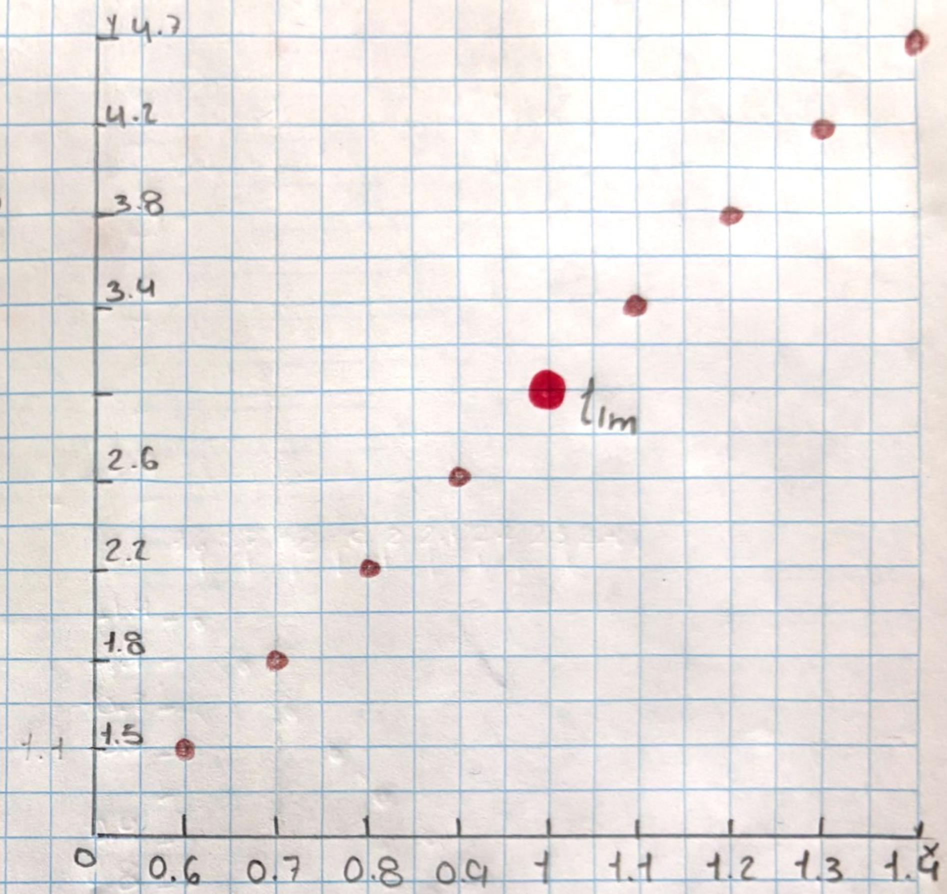
| x | h(x | 3x - 5 |
|---|---|---|
| -1.4 | -9.2 | $3(-1.4) - 5 = -9.2$ |
| -1.3 | -8.9 | $3(-1.3) - 5 = -8.9$ |
| -1.2 | -8.6 | $3(-1.2) - 5 = -8.6$ |
| -1.1 | -8.3 | $3(-1.1) - 5 = -8.3$ |
| -1 | | |
| -0.9 | -7.7 | $3(-0.9) - 5 = -7.7$ |
| -0.8 | -7.4 | $3(-0.8) - 5 = -7.4$ |
| -0.7 | -7.1 | $3(-0.7) - 5 = -7.1$ |
| -0.6 | -6.8 | $3(-0.6) - 5 = -6.8$ |

$\lim = -8$



4: Encuentra el límite de la función $f(x) = x^3 + 2x$ cuando $x$ tiene a $1$

| $X$ | $f(x)$ | $x^3 + 2x$ |
|---|---|---|
| 0.6 | 1.5 | $0.6^2 + 2(0.6) = 1.5$ |
| 0.7 | 1.8 | $0.7^2 + 2(0.7) = 1.8$ |
| 0.8 | 2.2 | $0.8^2 + 2(0.8) = 2.2$ |
| 0.9 | 2.6 | $0.9^2 + 2(0.9) = 2.6$ |
| 1 | | |
| 1.1 | 3.4 | $1.1^2 + 2(1.1) = 3.4$ |
| 1.2 | 3.8 | $1.2^2 + 2(1.2) = 3.8$ |
| 1.3 | 4.2 | $1.3^2 + 2(1.3) = 4.2$ |
| 1.4 | 4.7 | $1.4^2 + 2(1.4) = 4.7$ |




$\lim = 3$

5: Determina el límite de la función $K(r) = x^2 + 3x + 2$ cuando $x$ tiene a $-1$

| $x$ | $K(r)$ | $x^2 + 3x + 2$ |
|---|---|---|
| -1.4 | -4.1 | $-1.4^2 + 3(-1.4) + 2 = -4.1$ |
| -1.3 | -4.5 | $-1.3^2 + 3(-1.3) + 2 = -3.5$ |
| -1.2 | -3 | $-1.2^2 + 3(-1.2) + 2 = -3$ |
| -1.1 | -2.5 | $-1.1^2 + 3(-1.1) + 2 = -2.5$ |
| -1 | | |
| -0.9 | -1.5 | $-0.9^2 + 3(-0.9) + 2 = -1.5$ |
| -0.8 | -1 | $-0.8^2 + 3(-0.8) + 2 = -1$ |
| -0.7 | -0.5 | $-0.7^2 + 3(-0.7) + 2 = -0.5$ |
| -0.6 | -0.1 | $-0.6^2 + 3(-0.6) + 2 = -0.1$ |

$\lim = -2$