NOMBRE DEL ALUMNO:
SOLIS BONIFAZ ZURISADAI
NOMBRE DEL TEMA
CALCULO DE PROBABILIDADES
NOMBRE DE LA MATERIA:
BIOESTADISTICA
NOMBRE DEL DOCENTE:
IRECTA NAJERA ALDO
LICENCIATURA
LIC. EN ENFERMERIA

UDS
Mi Universidad

La medida de probabilidad. Espacio Probabilístico

Evento E

Evento	Resultados posibles del evento	Probabilidad
A: Cae un número par y sol	A = {2s, 4s, 6s}	$P(A) = \frac{3}{12}$
B: Cae un número par y águila	B = {2a, 4a, 6a}	$P(B) = \frac{3}{12}$
C: Cae un número mayor a 3 y águila	C = {4a, 5a, 6a}	$P(A) = \frac{3}{12}$
D: Cae un número impar y sol	D = {1s, 3s, 5s}	$P(B) = \frac{3}{12}$
E: Cae un número menor o igual a 3 y águila	E = {1a, 2a, 3a}	$P(A) = \frac{3}{12}$
	F= {4s, 5s, 6s}	

Para medir la incertidumbre existente en un experimento aleatorio1 dado, se parte de un espacio muestral M en el que se incluyen todos los posibles resultados individuales del experimento (sucesos elementales); es decir, el conjunto muestral es un conjunto exhaustivo (contiene todas las posibles ocurrencias) y mutuamente exclusivo (no pueden darse dos ocurrencias a la vez).

Espacio muestral

$$S = \{1s, 2s, 3s, 4s, 5s, 6s, 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a\}$$

$$card(S) = 12$$

	Moneda	
Dado	sol	águila
1	1, sol	1, águila
2	2, sol	2, águila
3	3, sol	3, águila
4	4, sol	4, águila
5	5, sol	5, águila
6	6, sol	6, águila

UNA VEZ DEFINIDO EL ESPACIO MUESTRAL, EL OBJETIVO CONSISTE EN ASIGNAR A TODO SUCESO COMPUESTO A ⊂ M UN NÚMERO REAL QUE MIDA EL GRADO DE INCERTIDUMBRE SOBRE SU OCURRENCIA. PARA OBTENER MEDIDAS CON SIGNIFICADO MATEMÁTICO CLARO Y PRACTICO, SE IMPONEN CIERTAS PROPIEDADES INTUITIVAS QUE DEFINEN UNA CLASE DE MEDIDAS QUE SE CONOCEN COMO MEDIDAS DE PROBABILIDAD. DEFINICIÓN MEDIDA DE PROBABILIDAD. UNA FUNCIÓN P QUE PROYECTA LOS SUBCONJUNTOS A ⊂ M EN EL INTERVALO [0, 1] SE LLAMA MEDIDA DE PROBABILIDAD SI SATISFACE LOS SIGUIENTES AXIOMAS

Límite inferior	Límite superior	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa	Frec. relativa acumulada
0	7	3.5	5	5	0.25	0.25
8	15	11.5	5	10	0.25	0.5
16	23	19.5	6	16	0.3	0.8
24	31	27.5	2	18	0.1	0.9
32	39	35.5	2	20	0.1	1
Total			20		1	

AXIOMA 1: UN EXPERIMENTO SE DENOMINA ALEATORIO CUANDO PUEDE DAR RESULTADOS DISTINTOS AL REALIZARSE EN LAS MISMAS CONDICIONES (POR EJEMPLO, LANZAR UN DADO AL AIRE Y OBSERVAR EL NÚMERO RESULTANTE). FORMALMENTE, UNA MEDIDA DE PROBABILIDAD SE DEFINE SOBRE UNA Σ-ALGEBRA DEL ESPACIO MUESTRAL, QUE ES UNA COLECCIÓN DE SUBCONJUNTOS QUE ES CERRADA PARA LOS OPERADORES DE UNIÓN A∪B Y COMPLEMENTARIO A = M \ A (TAMBIÉN PARA INTERSECCIONES A ∩ B = A ∪ B). SIN EMBARGO, OPTAMOS POR UNA DEFINICIÓN MENOS RIGUROSA Y MÁS INTUITIVA PARA INTRODUCIR ESTE CONCEPTO

Probabilidad condicionada

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$(A|B) = \frac{0{,}18}{0{,}4} = 0{,}45 = 45\%$$

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso cuando se sabe que otro suceso ha ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso dado que el suceso ha ocurrido. La notación para esta probabilidad condicional es . Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de dado . Entonces, sean y dos sucesos cualesquiera de un mismo espacio muestral , tales que , así:

EJEMPLO DE PROBABILIDAD CONDICIONAL EN UN GRUPO DE 100 ESTUDIANTES, 35 JÓVENES JUEGAN AL FÚTBOL Y AL BALONCESTO, MIENTRAS QUE 80 DE LOS MIEMBROS PRACTICAN FÚTBOL. ¿CUÁL ES LA PROBABILIDAD DE QUE UNO DE LOS ESTUDIANTES QUE JUEGA AL FÚTBOL, TAMBIÉN JUEGUE AL BALONCESTO O BÁSQUET? COMO SE PUEDE ADVERTIR, EN ESTE CASO CONOCEMOS DOS DATOS: LOS ESTUDIANTES QUE JUEGAN AL FÚTBOL Y AL BALONCESTO (35) Y LOS ESTUDIANTES QUE JUEGAN AL FÚTBOL (80). EVENTO A: QUE UN ESTUDIANTE JUEGUE AL BALONCESTO (X) EVENTO B: QUE UN ESTUDIANTE JUEGUE AL FÚTBOL (80) EVENTO A Y B: QUE UN ESTUDIANTE JUEGUE AL FÚTBOL Y AL BALONCESTO (35) P (A / B) = P (A∩B) / P (B) P (A / B) = 35 / 80 P (A / B) = 0,4375 P (A / B) = 43,75%

Probabilidad Condicional

El concepto de **Probabilidad condicional** surge cuando se quiere obtener la probabilidad de un evento A, y se tiene conocimiento que ya ocurrió otro evento B relacionado al primero, se denota co P(A|B), la cual se lee como "*Probabilidad de A dado B*".

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

se calcula la probabilidad conjunta de ambos eventos y el resultado se divide entre la probabilidad de B que es el evento qu se dio como base.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$|B) = \frac{25\ \%}{60\ \%} = \frac{\cancel{25}}{\cancel{60}} = \frac{5}{12} = 0{,}4167 = 41{,}67\ \%$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL PARA SUCESOS INDEPENDIENTES DOS SUCESOS, Y , SON INDEPENDIENTES CUANDO LA PROBABILIDAD DE QUE SUCEDA NO SE VE AFECTADA PORQUE HAYA SUCEDIDO, O NO, . POR EJEMPLO, SI TIRAMOS DOS VECES UNA MONEDA, EL SEGUNDO RESULTADO QUE OBTENEMOS NO ESTÁ INFLUENCIADO POR EL PRIMER RESULTADO OBTENIDO. SI DOS SUCESOS Y SON INDEPENDIENTES, ENTONCES . POR TANTO, SI , DE LA DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD CONDICIONAL RESULTA QUE EN OTRAS PALABRAS, SI DOS SUCESOS Y SON INDEPENDIENTES, ENTONCES LA PROBABILIDAD CONDICIONAL DE CUANDO SE SABE QUE HA OCURRIDO ES LA MISMA QUE LA PROBABILIDAD INCONDICIONAL DE CUANDO NO SE DISPONE DE INFORMACIÓN SOBRE . EL RESULTADO RECÍPROCO TAMBIÉN ES CIERTO, SI: ENTONCES LOS SUCESOS Y DEBEN SER INDEPENDIENTES.

Teoremas asociados

$$P(B_i|A)=\frac{P(B_i)\cdot P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{k}P(Bi)\cdot P(A|B_i)}$$

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso. Podemos calcular la probabilidad de un suceso A, sabiendo además que ese A cumple cierta característica que condiciona su probabilidad. El teorema de Bayes entiende la probabilidad de forma inversa al teorema de la probabilidad total. El teorema de la probabilidad total hace inferencia sobre un suceso B, a partir de los resultados de los sucesos A. Por su parte, Bayes calcula la probabilidad de A condicionado a B.

FÓRMULA DEL TEOREMA DE BAYES PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD TAL COMO LA DEFINIÓ BAYES EN ESTE TIPO DE SUCESOS, NECESITAMOS UNA FÓRMULA. LA FÓRMULA SE DEFINE MATEMÁTICAMENTE COMO: DONDE B ES EL SUCESO SOBRE EL QUE TENEMOS INFORMACIÓN PREVIA Y A(N) SON LOS DISTINTOS SUCESOS CONDICIONADOS. EN LA PARTE DEL NUMERADOR TENEMOS LA PROBABILIDAD CONDICIONADA, Y EN LA PARTE DE ABAJO LA PROBABILIDAD TOTAL. EN CUALQUIER CASO, AUNQUE LA FÓRMULA PAREZCA UN POCO ABSTRACTA, ES MUY SENCILLA. PARA DEMOSTRARLO, UTILIZAREMOS UN EJEMPLO EN EL QUE EN LUGAR DE A (1), A (2) Y A (3), UTILIZAREMOS DIRECTAMENTE A, B Y C. P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02 P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03 P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05

$$r^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}=\frac{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+(x_3-\mu)^2+(x_4-\mu)^2}{N}$$

$$\frac{2-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2}{4}=\frac{(-3)^2+(-1)^2+(1)^2+}{4}$$

$$\sigma^2=\frac{9+1+1+9}{4}=\frac{20}{4}=5$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

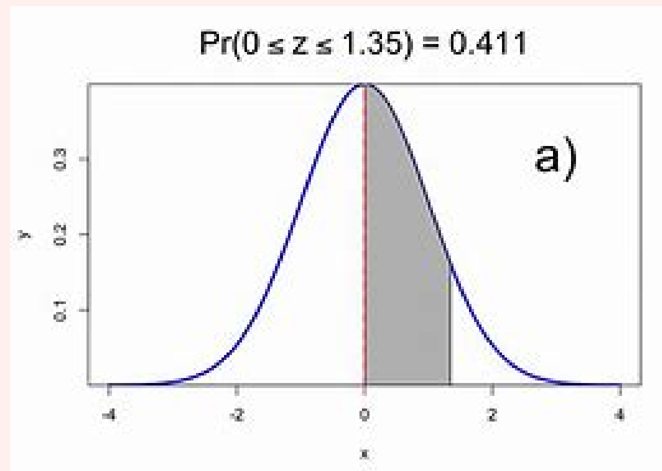
$$|B)=\frac{25\,\%}{60\,\%}=\frac{\cancel{25}}{\cancel{60}}=\frac{5}{12}=0{,}4167=41{,}67\,\%$$

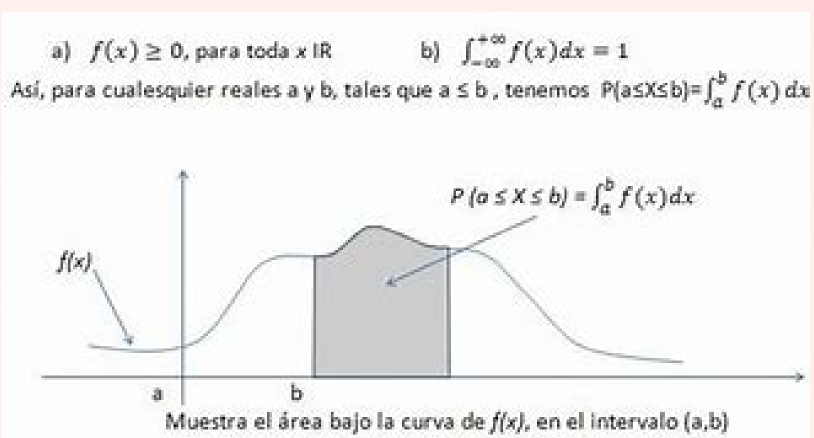
1. SI UN ENVASE HA SIDO FABRICADO POR LA FÁBRICA DE ESTA EMPRESA EN ESTADOS UNIDOS ¿CUÁL ES LA PROBABILIDAD DE QUE SEA DEFECTUOSO? SE CALCULA LA PROBABILIDAD TOTAL. YA QUE, A PARTIR LOS DIFERENTES SUCESOS, CALCULAMOS LA PROBABILIDAD DE QUE SEA DEFECTUOSO. P(D) = [P(A) X P(D/A)] + [P(B) X P(D/B)] + [P(C) X P(D/C)] = [0,4 X 0,02] + [0,3 X 0,03] + [0,3 X 0,05] = 0,032 EXPRESADO EN PORCENTAJE, DIRÍAMOS QUE LA PROBABILIDAD DE QUE UN ENVASE FABRICADO POR LA FÁBRICA DE ESTA EMPRESA EN ESTADOS UNIDOS SEA DEFECTUOSO ES DEL 3,2%. 2. SIGUIENDO CON LA PREGUNTA ANTERIOR, SI SE ADQUIERE UN ENVASE Y ESTE ES DEFECTUOSO ¿CUÁLES ES LA PROBABILIDAD DE QUE HAYA SIDO FABRICADO POR LA MÁQUINA A? ¿Y POR LA MÁQUINA B? ¿Y POR LA MÁQUINA C?

Variable asociados

Se llama variable aleatoria a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral un número real. Se utilizan letras mayúsculas para designar variables aleatorias, y las respectivas minúsculas para designar valores concretos de las mismas. Tipos de variable aleatoria Dentro de las variables aleatorias existen, fundamentalmente, dos tipos. Su clasificación, depende del tipo de número que arroja la función matemática. Una variable aleatoria puede ser de dos tipos:

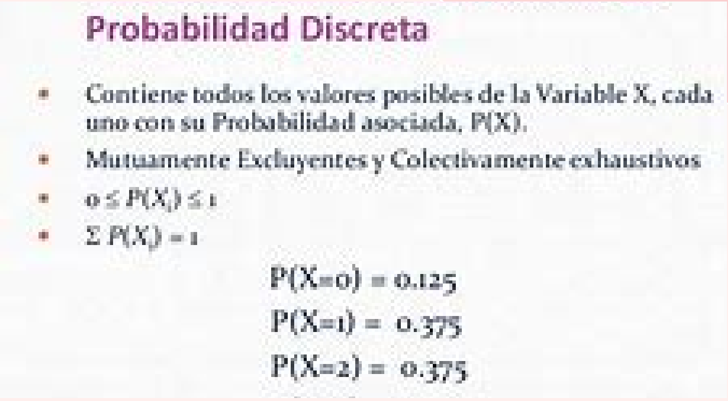
≣ VARIABLE ALEATORIA DISCRETA: UNA VARIABLE ALEATORIA ES DISCRETA SI LOS NÚMEROS A LOS QUE DA LUGAR SON NÚMEROS ENTEROS. LA FORMA DE CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA ES A TRAVÉS DE LA FUNCIÓN DE PROBABILIDAD.
≣ VARIABLE ALEATORIA CONTINUA: UNA VARIABLE ALEATORIA ES CONTINUA EN CASO DE QUE LOS NÚMEROS A LOS QUE DÉ LUGAR NO SEAN NÚMEROS ENTEROS. ES DECIR, TENGAN DECIMALES. LA PROBABILIDAD DE QUE SE DÉ UN SUCESO DETERMINADO CORRESPONDIENTE A UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA, VIENE ESTABLECIDA POR LA FUNCIÓN DE DENSIDAD.





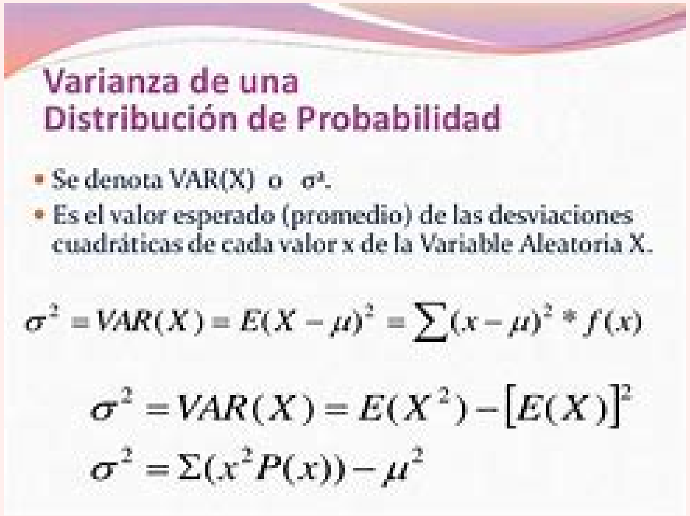
EJEMPLO DE VARIABLE ALEATORIA UNA VARIABLE ALEATORIA BIEN PODRÍA SER LA FUNCIÓN DE LOS RESULTADOS DEL LANZAMIENTO DE UN DADO. ES IMPORTANTE DIFERENCIAR AQUÍ TRES CONCEPTOS.
≣ DADO: NO ES LA VARIABLE ALEATORIA. EL DADO ES SIMPLEMENTE UN OBJETO.
≣ LANZAMIENTO DE UN DADO: NO ES LA VARIABLE ALEATORIA. EL LANZAMIENTO DE UN DADO ES EL EXPERIMENTO ALEATORIO.
≣ RESULTADOS DEL LANZAMIENTO DE UN DADO: SÍ ES LA VARIABLE ALEATORIA. ES LA FUNCIÓN QUE RECOGE LOS RESULTADOS DEL LANZAMIENTO DEL DADO. UN EJEMPLO DE VARIABLE ALEATORIA PODRÍA SER: QUE SALGA UN NÚMERO MAYOR QUE 2 AL LANZAR EL DADO. X: QUE SALGA MAYOR QUE 2 AL LANZAR EL DADO DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD: 1/3 NO SALE MAYOR QUE 2 Y 2/3 SI SALE MAYOR QUE 2.

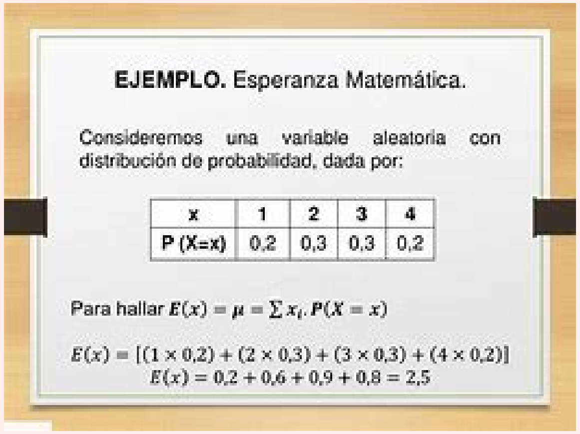
Concepto de variable aleatoria. Probabilidad inducida



UNA VARIABLE ES UN SÍMBOLO QUE ACTÚA EN LAS FUNCIONES, LAS FÓRMULAS, LOS ALGORITMOS Y LAS PROPOSICIONES DE LAS MATEMÁTICAS Y LA ESTADÍSTICA. SEGÚN SUS CARACTERÍSTICAS, LAS VARIABLES SE CLASIFICAN DE DISTINTO MODO.

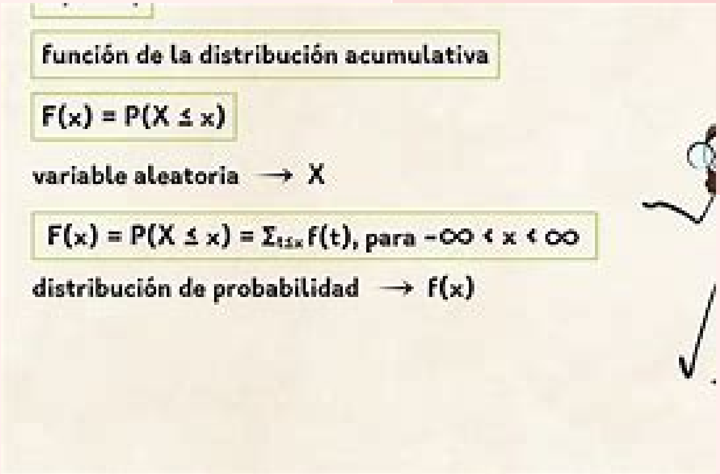
VARIABLE ALEATORIA SE DENOMINA VARIABLE ALEATORIA (O ESTOCÁSTICA) A LA FUNCIÓN QUE ADJUDICA EVENTOS POSIBLES A NÚMEROS REALES (CIFRAS), CUYOS VALORES SE MIDEN EN EXPERIMENTOS DE TIPO ALEATORIO. ESTOS VALORES POSIBLES REPRESENTAN LOS RESULTADOS DE EXPERIMENTOS QUE TODAVÍA NO SE LLEVARON A CABO O CANTIDADES INCIERTAS. CABE DESTACAR QUE LOS EXPERIMENTOS ALEATORIOS SON AQUELLOS QUE, DESARROLLADOS BAJO LAS MISMAS CONDICIONES, PUEDEN OFRECER RESULTADOS DIFERENTES. ARROJAR UNA MONEDA AL AIRE PARA VER SI SALE CARA O CECA ES UN EXPERIMENTO DE ESTE TIPO. LA VARIABLE ALEATORIA, EN DEFINITIVA, PERMITE OFRECER UNA DESCRIPCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE QUE SE ADOPTAN CIERTOS VALORES. NO SE SABE DE MANERA PRECISA QUÉ VALOR ADOPTARÁ LA VARIABLE CUANDO SEA DETERMINADA O MEDIDA, PERO SÍ SE PUEDE CONOCER CÓMO SE DISTRIBUYEN LAS PROBABILIDADES VINCULADAS A LOS VALORES POSIBLES. EN DICHA DISTRIBUCIÓN INCIDE EL AZAR.





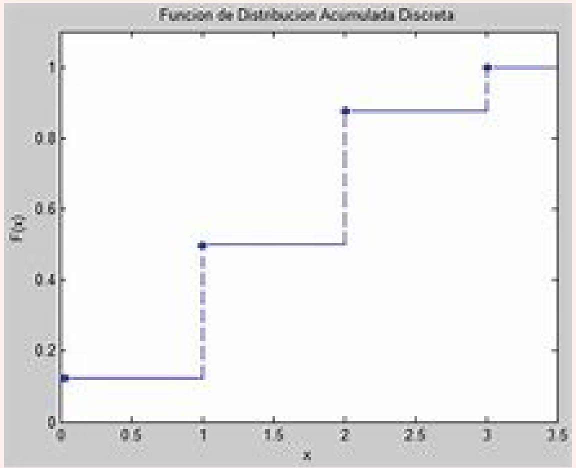
TAL COMO HEMOS COMENTADO, LA DEFINICIÓN FORMAL DE VARIABLE ALEATORIA IMPONE UNA RESTRICCIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMULACIÓN VISTA HASTA EL MOMENTO. DEFINIREMOS UNA VARIABLE ALEATORIA COMO UNA APLICACIÓN DE Ω EN EL CONJUNTO DE NÚMEROS REALES, ES DECIR, PARA TODO NÚMERO REAL X, EL CONJUNTO DE RESULTADOS ELEMENTALES TALES QUE LA VARIABLE ALEATORIA TOMA SOBRE ELLOS VALORES INFERIORES O IGUALES A X HA DE SER UN SUCESO SOBRE EL CUAL PODAMOS DEFINIR UNA PROBABILIDAD.

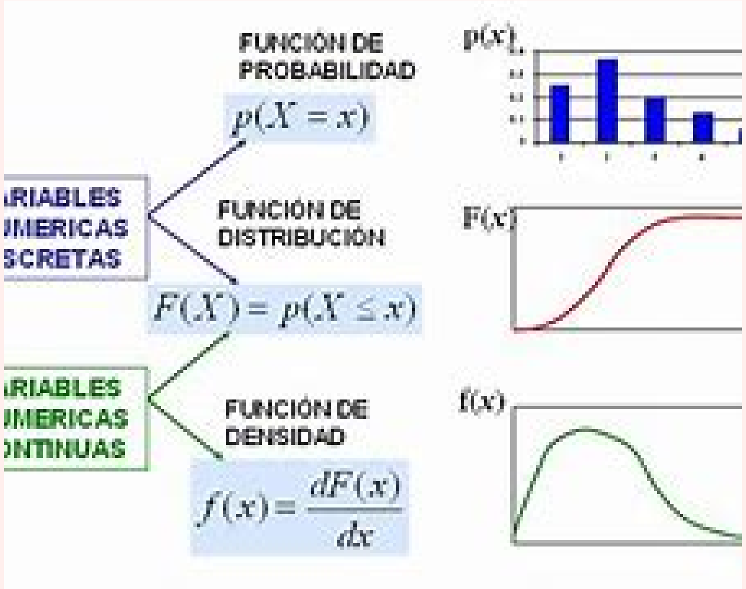
Funcion de distribucion



EN LA TEORÍA DE LA PROBABILIDAD Y EN ESTADÍSTICA, LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA (FDA, DESIGNADA TAMBIÉN A VECES SIMPLEMENTE COMO FD) O FUNCIÓN DE PROBABILIDAD ACUMULADA ASOCIADA A UNA VARIABLE ALEATORIA REAL: X (MAYÚSCULA) SUJETA A CIERTA LEY DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD, ES UNA FUNCIÓN MATEMÁTICA DE LA VARIABLE REAL: X (MINÚSCULA); QUE DESCRIBE LA PROBABILIDAD DE QUE X TENGA UN VALOR MENOR O IGUAL QUE X.

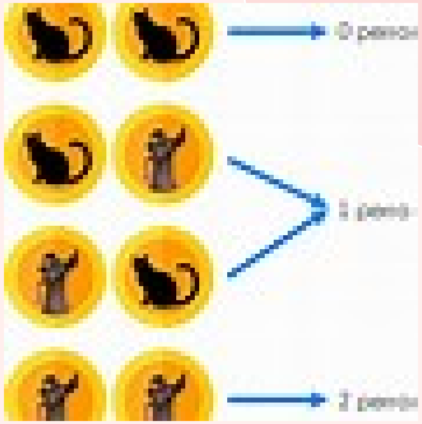
VINTUITIVAMENTE, ASUMIENDO LA FUNCIÓN F COMO LA LEY DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD, LA FDA SERÍA LA FUNCIÓN CON LA RECTA REAL COMO DOMINIO, CON IMAGEN DEL ÁREA HASTA AQUÍ DE LA FUNCIÓN F, SIENDO AQUÍ EL VALOR X PARA LA VARIABLE ALEATORIA REAL X.





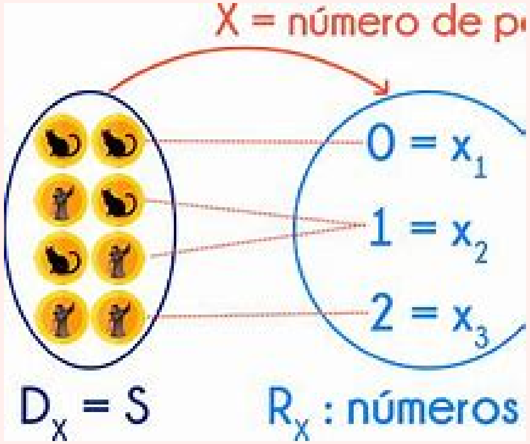
LA FDA ASOCIA A CADA VALOR X, LA PROBABILIDAD DEL EVENTO: "LA VARIABLE X TOMA VALORES MENORES O IGUALES A X". EL CONCEPTO DE FDA PUEDE GENERALIZARSE PARA MODELAR VARIABLES ALEATORIAS MULTIVARIANTES.

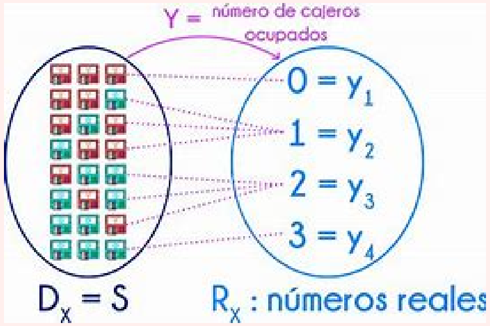
Variables aleatorias discretas y continuas



UNA VARIABLE ALEATORIA ES UNA FUNCIÓN QUE ASIGNA UN VALOR NUMÉRICO, AL RESULTADO DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO. UNA VARIABLE ALEATORIA PUEDE SER DISCRETA O CONTINUA. LAS VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS SON AQUELLAS QUE PRESENTAN UN NÚMERO CONTABLE DE VALORES; POR EJEMPLO, EL NÚMERO DE PERSONAS QUE VIVEN EN UNA CASA (3, 5 O 9). LAS VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS SON AQUELLAS QUE PRESENTAN UN NÚMERO INCONTABLE DE VALORES; POR EJEMPLO, EL PESO DE LAS VACAS EN UNA GRANJA (UNA VACA PUEDE PESAR 632.12 KG, OTRA PUEDE PESAR 583.12312 KG, OTRA 253.12012 KG, OTRA 198.0876 KG Y NUNCA TERMINARÍAMOS DE ENUMERAR TODOS LOS POSIBLES VALORES). COMO ESTAS DEFINICIONES SON MUY DIFÍCILES DE ENTENDER A SIMPLE VISTA, VAMOS A EXPLICARLAS A DETALLE.

VARIABLE ALEATORIA UNA VARIABLE ALEATORIA ES UNA FUNCIÓN QUE ASIGNA UN VALOR NUMÉRICO, AL RESULTADO DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO. RECORDEMOS QUE EL RESULTADO DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO DEPENDE DEL AZAR.





EN EL DOMINIO DE LA FUNCIÓN TENEMOS EL ESPACIO MUESTRAL, ES DECIR, TODOS LOS RESULTADOS POSIBLES DE NUESTRO EXPERIMENTO ALEATORIO. MIENTRAS QUE EL RANGO TENEMOS UN CONJUNTO DE NÚMEROS REALES