Mapa conceptual.

Nombre del Alumno: José Luis de la Cruz Villamil.

Nombre del tema: Cálculo de probabilidades.

Parcial: Único.

Nombre de la Materia: Bioestadística.

Nombre del profesor: Rosario Gómez Lujano.

Nombre de la Licenciatura: Lic. Enfermería.

Cuatrimestre: 4to cuatrimestre.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

En la vida cotidiana aparecen muchas situaciones en las que los resultados observados son diferentes, aunque las condiciones iniciales en las que se produce la experiencia sean las mismas. Por ejemplo, al lanzar una moneda unas veces resultará cara y otras, cruz. Estos fenómenos, denominados aleatorios, se ven afectados por la incertidumbre.

La medida de probabilidad. Espacio probabilístico.

El **conjunto muestral** es un conjunto exhaustivo (contiene todas las posibles ocurrencias) y mutuamente exclusivo (no pueden darse dos ocurrencias a la vez).

La **medida de probabilidad** es Una función p que proyecta los subconjuntos $A \subset M$ en el intervalo [0, 1] se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas:

Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones.

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A1, A2, . . ., de subconjuntos disjuntos de M, se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M.

En general un **espacio probabilístico** está integrado por tres componentes. Primero, el conjunto (llamado espacio muestral) de los posibles resultados del experimento, llamados sucesos elementales. Segundo, por la colección de todos los sucesos aleatorios (no solo los elementales), que es una σ-álgebra sobre. El par es lo que se conoce como un espacio de medida. Por último, una medida de probabilidad o función de probabilidad, que asigna una probabilidad a todo suceso y que verifica los llamados axiomas de Kolmogórov.

Probabilidad condicionada.

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso cuando se sabe que otro suceso ha ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso dado que el suceso ha ocurrido. La notación para esta probabilidad condicional es. Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de dado. Entonces, sean y dos sucesos cualesquiera de un mismo espacio muestral, tales

que $P(B) > 0$, así:

Probabilidad condicional para sucesos independientes.

Dos sucesos, y, son independientes cuando la probabilidad de que suceda no se ve afectada porque haya sucedido, o no, por ejemplo, Si tiramos dos veces una moneda, el segundo resultado que obtenemos no está influenciado por el primer resultado obtenido. Si dos sucesos y son independientes, entonces

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Por tanto, si $P(B) \neq 0$, de la definición de probabilidad condicional resulta que:

$$\mathbf{P(A|B) = P(A)}$$

Teoremas asociados.

Fórmula del Teorema de Bayes.

Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. La fórmula se define matemáticamente como:

$$P[A_n/B] = \frac{P[B/A_n]}{\sum P[B/A_i}$$

Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total. En cualquier caso, aunque la fórmula parezca un poco abstracta, es muy sencilla. Para demostrarlo, utilizaremos un ejemplo en el que en lugar de A (1), A (2) y A (3), utilizaremos directamente A, B y C.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

Variable aleatoria.

Es toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral un número real.

Se utilizan letras mayúsculas para designar variables aleatorias, y las respectivas minúsculas para designar valores concretos de las mismas.

Existen dos tipos de variables:

-Variable aleatoria discreta: Una variable aleatoria es discreta si los números a los que da lugar son números enteros. La forma de calcular las probabilidades de una variable aleatoria discreta es a través de la función de probabilidad.

-Variable aleatoria continua: Una variable aleatoria es continua en caso de que los números a los que dé lugar no sean números enteros. Es decir, tengan decimales. La probabilidad de que se dé un suceso determinado correspondiente a una variable aleatoria continua viene establecida por la función de densidad.

Concepto de variable aleatoria. Probabilidad inducida.

Se denomina **variable aleatoria (o estocástica)** a la función que adjudica eventos posibles a números reales (cifras), cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio. Estos valores posibles representan los resultados de experimentos que todavía no se llevaron a cabo o cantidades inciertas.

Definiremos una variable aleatoria como una aplicación de Ω en el conjunto de números reales, es decir, para todo número real x, el conjunto de resultados elementales tales que la variable aleatoria toma sobre ellos valores inferiores o iguales a x ha de ser un suceso sobre el cual podamos definir una probabilidad.

Función de distribución.

La **Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD)** o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x.

Intuitivamente, asumiendo la función f como la ley de distribución de probabilidad, la FDA sería la función con la recta real como dominio, con imagen del área hasta aquí de la función f, siendo aquí el valor x para la variable aleatoria real X.

La FDA asocia a cada valor x, la probabilidad del evento: "la variable X toma valores menores o iguales a x". El concepto de FDA puede generalizarse para modelar variables aleatorias multivariantes.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

Variables aleatorias discretas y continuas.

Las **variables aleatorias discretas** son aquellas que presentan un número contable de valores; por ejemplo, el número de personas que viven en una casa (3, 5 o 9).

Las **variables aleatorias continuas** son aquellas que presentan un número incontable de valores; por ejemplo, el peso de las vacas en una granja (una vaca puede pesar 632.12 kg, otra puede pesar 583.12312 kg, otra 253.12012 kg, otra 198.0876 kg y nunca terminaríamos de enumerar todos los posibles valores).

Características de una variable.

-Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación.

-Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores.

-Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente.

-Son susceptibles de descomposición empírica.

Esperanza de una variable aleatoria.

En estadística la **esperanza matemática (también llamada esperanza, valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria**, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio. Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso. Por lo tanto, representa la cantidad media que se "espera" como resultado de un experimento aleatorio cuando la probabilidad de cada suceso se mantiene constante y el experimento se repite un elevado número de veces.

La esperanza matemática de una variable aleatoria es una característica numérica que proporciona una idea de la localización de la variable aleatoria sobre la recta real. Decimos que es un parámetro de centralización o de localización.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

Momentos de una variable aleatoria.

Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación:

-Momentos no centrados

-Momentos centrados en media

Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria. La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media. Por este motivo, tanto la varianza como su raíz cuadrada, σX, que se denomina desviación típica, se usan, como se verá posteriormente, como medidas de la dispersión de la variable.

Funciones asociadas a una variable aleatoria.

La función que caracteriza las variables continuas es aquella función f positiva e integrable en los reales, tal que acumulada desde -∞ hasta un punto x, nos proporciona el valor de la función de distribución en x, F(x). Recibe el nombre de función de densidad de la variable aleatoria continua.

Las funciones de densidad discreta y continua tienen, por tanto, un significado análogo, ambas son las funciones que acumuladas (en forma de sumatorio en el caso discreto o en forma de integral en el caso continuo) dan como resultado la función de distribución. La diferencia entre ambas, sin embargo, es notable. La función de densidad discreta toma valores positivos únicamente en los puntos del recorrido y se interpreta como la probabilidad de la que la variable tome ese valor f(x) = P (X = x).

La función de densidad continua toma valores en el conjunto de números reales y no se interpreta como una probabilidad. No está acotada por 1, puede tomar cualquier valor positivo. Es más, en una variable continua se cumple que probabilidades definidas sobre puntos concretos siempre son nulas.

1. Si un muchacho tiene en su guardarropa 3 camisas color blanco, 2 azules, 4 camisas negras, 5 verdes, y 2 camisas rojas y hoy para vestir elige una al azar:

A) ¿Cuál es la probabilidad de que se ponga una camisa azul?

P(AZUL)= 2/16= 0.125*100= 12.5%

B) ¿Cuál es la probabilidad de que vista una camisa color negro?

P(NEGRO)= 4/16= 0.25*100= 25%

2. La biblioteca escolar recibió 40 libros nuevos incluyendo 12 novelas. Si un estudiante selecciona uno de estos libros al azar...

a) ¿Cuál es la probabilidad de que elija una novela?

P(NOVELA)= 12/40= 0.3*100= 30%

b) ¿Cuál es la probabilidad de que elija un libro distinto a novela?

70%

3. Se aplicará un examen sorpresa a un estudiante elegido al azar de la clase de enfermería si en el grupo hay 18 hombres y 12 mujeres **¿Cuál es la probabilidad de que sea un muchacho a quien se le aplique el examen?**

P(HOMBRE)= 18/30= 0.6*100= 60%