Cuadro sinóptico

Nombre del Alumno: Carlos Manuel Castillo Alegria

Nombre del tema: probabilidades

Parcial : 2do

Nombre de la Materia: Bioestadística

Nombre del profesor: ROSARIOGOMEZ LUJANO

Nombre de la Licenciatura: enfermería

Cuatrimestre: 4to

CALCULO DE PROBABILIDADES

IDEA GENERAL

En la vida cotidiana aparecen muchas situaciones en las que los resultados observados son diferentes, aunque las condiciones iniciales en las que se produce la experiencia sean las mismas. Por ejemplo, al lanzar una moneda unas veces resultará cara y otras, cruz. Estos fenómenos, denominados aleatorios, se ven afectados por la incertidumbre.

OBJETIVOS

Es el estudio de métodos de análisis del comportamiento de fenómenos aleatorios.

LA MEDIDA DE PROBABILIDAD. ESPACIO PROBABILÍSTICO

Para medir la incertidumbre existente en un experimento aleatorio1 dado, se parte de un espacio muestral M en el que se incluyen todos los posibles resultados individuales del experimento (sucesos elementales); es decir, el conjunto muestral es un conjunto exhaustivo (contiene todas las posibles ocurrencias) y mutuamente exclusivo (no pueden darse dos ocurrencias a la vez)

Definición Medida de Probabilidad. Una función p que proyecta los subconjuntos $A \subset M$ en el intervalo [0, 1] se llama medida de probabilidad si satisface los siguientes axiomas:

Axioma 1: Un experimento se denomina aleatorio cuando puede dar resultados distintos al realizarse en las mismas condiciones (por ejemplo, lanzar un dado al aire y observar el número resultante).

Formalmente, una medida de probabilidad se define sobre una σ-algebra del espacio muestral, que es una colección de subconjuntos que es cerrada para los operadores de unión $A \cup B$ y complementario $A = M \setminus A$ (también para intersecciones $A \cap B = A \cup B$).

Axioma 2: Para cualquier sucesión infinita, A1, A2, . . ., de subconjuntos disjuntos de M, se cumple la igualdad. El Axioma 1 establece que, independientemente de nuestro grado de certeza, ocurrirá un elemento del espacio muestral M (es decir, el conjunto M es exhaustivo). El Axioma 2 es una fórmula de agregación que se usa para calcular la probabilidad de la unión de subconjuntos disjuntos.

En general un espacio probabilístico está integrado por tres componentes. Primero, el conjunto (llamado espacio muestral) de los posibles resultados del experimento, llamados sucesos elementales. Segundo, por la colección de todos los sucesos aleatorios (no solo los elementales), que es una σ-álgebra sobre. El par es lo que se conoce como un espacio de medida. Por último, una medida de probabilidad o función de probabilidad, que asigna una probabilidad a todo suceso y que verifica los llamados axiomas de Kolmogórov.

CALCULO DE PROBABILIDADES

PROBABILIDAD CONDICIONADA.

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso cuando se sabe que otro suceso ha ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso dado que el suceso ha ocurrido.

LA NOTACIÓN

Para esta probabilidad condicional es P (A/B) . Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B . Entonces, sean A y B dos sucesos Cuales quiera de un mismo espacio muestral E , tales que P(B)>0 así: $P(A/B) = \frac{P(AnB)}{P(B)}$

EJEMPLO

En un grupo de 100 estudiantes, 35 jóvenes juegan al fútbol y al baloncesto, mientras que 80 de los miembros practican fútbol. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los estudiantes que juega al fútbol, también juegue al baloncesto o básquet?
Como se puede advertir, en este caso conocemos dos datos: los estudiantes que juegan al fútbol y al baloncesto (35) y los estudiantes que juegan al fútbol (80).

- Evento A: Que un estudiante juegue al baloncesto (x)
- Evento B: Que un estudiante juegue al fútbol (80)
- Evento A y B: Que un estudiante juegue al fútbol y al baloncesto (35) P (A / B) = P (A∩B) / P (B) P (A / B) = 35 / 80 P (A / B) = 0,4375 P (A / B) = 43,75%

PROBABILIDAD CONDICIONAL PARA SUCESOS INDEPENDIENTES

Dos sucesos, A y B , son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido, o no, B .

Por ejemplo, Si tiramos dos veces una moneda, el segundo resultado que obtenemos no está influenciado por el primer resultado obtenido.

Si dos sucesos A y B son independientes, entonces P(AnB) 0 P(A)P(B) .

Por tanto, si P(B) =/ 0, de la definición de probabilidad condicional resulta que:
$P(A/B) = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$

En otras palabras, si dos sucesos A y B son independientes, entonces la probabilidad condicional de A cuando se sabe que B ha ocurrido es la misma que la probabilidad incondicional de A cuando no se dispone de información sobre B . El resultado recíproco también es cierto, si: P(A/B) = P(A)
entonces los sucesos y deben ser independientes.

SUCESOS DEPENDIENTES

Dos sucesos, A y B , son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido, o no, B.
Dos sucesos A y B son dependientes si:
P(A/B) =/ P(A).

CALCULO DE PROBABILIDADES

TEOREMAS ASOCIADOS.

El teo.rema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso. El teorema de Bayes ha sido muy cuestionado. Lo cual se ha debido, principalmente, a su mala aplicación. Ya que, mientras se cumplan los supuestos de sucesos disjuntos y exhaustivos, el teorema es totalmente válido.

FÓRMULA DEL TEOREMA DE BAYES

Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. La fórmula se define matemáticamente como:

$$P[A_n/B] = \frac{P[B/A_n] \cdot P[A_n]}{\sum P[B/A_i] \cdot P[A_i]}$$

Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total. En cualquier caso, aunque la fórmula parezca un poco abstracta, es muy sencilla. Para demostrarlo, utilizaremos un ejemplo en el que en lugar de A (1), A (2) y A (3), utilizaremos directamente A, B y C.

P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02
P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03
P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05

VARIABLE ALEATORIA.

Se llama variable aleatoria a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral E un número real. Se utilizan letras mayúsculas X,Y,.. para designar variables aleatorias, y las (x,y,..) respectivas minúsculas para designar valores concretos de las mismas.

TIPOS DE VARIABLE ALEATORIA

- Variable aleatoria discreta: Una variable aleatoria es discreta si los números a los que da lugar son números enteros. La forma de calcular las probabilidades de una variable aleatoria discreta es a través de la función de probabilidad.

- Variable aleatoria continua: Una variable aleatoria es continua en caso de que los números a los que dé lugar no sean números enteros. Es decir, tengan decimales. La probabilidad de que se dé un suceso determinado correspondiente a una variable aleatoria continua, viene establecida por la función de densidad.

CALCULO DE PROBABILIDADES

CONCEPTO DE VARIABLE ALEATORIA. PROBABILIDAD INDUCIDA

Una variable es un símbolo que actúa en las funciones, las fórmulas, los algoritmos y las proposiciones de las matemáticas y la estadística. Según sus características, las variables se clasifican de distinto modo.

VARIABLE ALEATORIA

Se denomina variable aleatoria (o estocástica) a la función que adjudica eventos posibles a números reales (cifras), cuyos valores se miden en experimentos de tipo aleatorio. Estos valores posibles representan los resultados de experimentos que todavía no se llevaron a cabo o cantidades inciertas. Cabe destacar que los experimentos aleatorios son aquellos que, desarrollados bajo las mismas condiciones, pueden ofrecer resultados diferentes. Arrojar una moneda al aire para ver si sale cara o ceca es un experimento de este tipo.
La variable aleatoria, en definitiva, permite ofrecer una descripción de la probabilidad de que se adoptan ciertos valores. No se sabe de manera precisa qué valor adoptará la variable cuando sea determinada o medida, pero sí se puede conocer cómo se distribuyen las probabilidades vinculadas a los valores posibles. En dicha distribución incide el azar.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN.

En la teoría de la probabilidad y en estadística, la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x.

Intuitivamente, asumiendo la función f como la ley de distribución de probabilidad, la FDA sería la función con la recta real como dominio, con imagen del área hasta aquí de la función f, siendo aquí el valor x para la variable aleatoria real X. La FDA asocia a cada valor x, la probabilidad del evento: "la variable X toma valores menores o iguales a x". El concepto de FDA puede generalizarse para modelar variables aleatorias multivariantes.

CALCULO DE PROBABILIDADES

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS Y CONTINUAS

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Una variable aleatoria puede ser discreta o continua.

 Las variables aleatorias discretas son aquellas que presentan un número contable de valores; por ejemplo, el número de personas que viven en una casa (3, 5 o 9).

 Las variables aleatorias continuas son aquellas que presentan un número incontable de valores; por ejemplo, el peso de las vacas en una granja (una vaca puede pesar 632.12 kg, otra puede pesar 583.12312 kg, otra 253.12012 kg, otra 198.0876 kg y nunca terminaríamos de enumerar todos los posibles valores). Como estas definiciones son muy difíciles de entender a simple vista, vamos a explicarlas a detalle.

Variable aleatoria Una variable aleatoria es una función que asigna un valor numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Recordemos que el resultado de un experimento aleatorio depende del azar. Veamos los ejemplos.

Variable aleatoria continua Es aquella que puede asumir un número incontable de valores. Por ejemplo: Si realizamos el experimento de ir a una granja y estudiamos las características de las vaquitas, podemos definir la variable aleatoria C: C = peso de una vaca en la granja de Jorge (en kilogramos). Alguna vaquita puede pesar 425.1872 kg; otra puede pesar 612.5874541 kg; otra puede pesar 545.897512121 kg. Si tomamos más vacas, podríamos tener más valores y nunca terminaríamos. Se conoce que el becerro más pequeño tiene un peso de 30 kg, y la vaca más grande tiene un peso de 1000 kg

CARACTERÍSTICAS DE UNA VARIABLE

Las variables como entidades empíricas del problema de investigación presentan un conjunto de características significativas tales como:

 Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación. En virtud de ello es que no se puede agregar nuevas variables de las que ya existen en los ítems mencionados. UNIVERSIDAD DEL SURESTE 63

 Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores. Esto significa que las variables al ser medidas y observadas expresan diferencias entre los rasgos, cualidades y atributos de las unidades de análisis. Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente. Estas variables en la práctica social pueden ser medidas y observadas con instrumentos convencionales, en mérito de que contienen rasgos, propiedades y cualidades.

 Son susceptibles de descomposición empírica. Dicho de otro término, que las variables pueden desagregarse en indicadores, índices, subíndices e ítems.

CALCULO DE PROBABILIDADES

ESPERANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA

En estadística la esperanza matemática (también llamada esperanza, valor esperado, media poblacional o media) de una variable aleatoria, es el número que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio.

Cuando la variable aleatoria es discreta, la esperanza es igual a la suma de la probabilidad de cada posible suceso aleatorio multiplicado por el valor de dicho suceso. Por lo tanto, representa la cantidad media que se "espera" como resultado de un experimento aleatorio cuando la probabilidad de cada suceso se mantiene constante y el experimento se repite un elevado número de veces. La definición matemática de la esperanza en el caso de las variables aleatorias discretas se corresponde directamente con las interpretaciones proporcionadas en el párrafo anterior. En caso de que el recorrido sea infinito la esperanza existe si la serie resultante es absolutamente convergente, condición que no siempre se cumple. La definición se corresponde con un promedio ponderado según su probabilidad de los valores del recorrido y, por tanto, se corresponde con la idea de un valor medio teórico.

MOMENTOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Cuando la distribución de probabilidad de una variable aleatoria no es conocida, diversas características de ella pueden proporcionar una descripción general de la misma.

Entre las distintas características de una distribución ocupan un importante lugar los momentos, entre los que cabe destacar los diferentes tipos que definimos a continuación:
 Momentos no centrados.
 Momentos centrados en media.
Los momentos centrados se calculan, como los no centrados, teniendo en cuenta la definición de esperanza de una función de una variable aleatoria. La varianza de una variable, si existe, es el valor medio de las dispersiones cuadráticas de los valores de la variable respecto de su media. Por este motivo, tanto la varianza como su raíz cuadrada, σX, que se denomina desviación típica, se usan, como se verá posteriormente, como medidas de la dispersión de la variable.

FUNCIONES ASOCIADAS A UNA VARIABLE ALEATORIA

Una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada punto muestral. A veces las variables aleatorias (v.a.) están ya implícitas en los puntos muestrales.

La función que caracteriza las variables continuas es aquella función f positiva e integrable en los reales, tal que acumulada desde -∞ hasta un punto x, nos proporciona el valor de la función de distribución en x, F(x). Recibe el nombre de función de densidad de la variable aleatoria continua. Las funciones de densidad discreta y continua tienen, por tanto, un significado análogo, ambas son las funciones que acumuladas (en forma de sumatorio en el caso discreto o en forma de integral en el caso continuo) dan como resultado la función de distribución. La diferencia entre ambas, sin embargo, es notable. La función de densidad discreta toma valores positivos únicamente en los puntos del recorrido y se interpreta como la probabilidad de la que la variable tome ese valor f(x) = P (X = x). La función de densidad continua toma valores en el conjunto de números reales y no se interpreta como una probabilidad. No está acotada por 1, puede tomar cualquier valor positivo. Es más, en una variable continua se cumple que probabilidades definidas sobre puntos concretos siempre son nulas.

1.- Si un muchacho tiene en su guardarropa 3 camisas color blanco, 2 azules, 4 camisas negras, 5 verdes, y 2 camisas rojas y hoy para vestir elige una al azar:

Datos del problema	Formula	Sustitucion	Resultado
S{16} V={azul}={2} N=16 N(A)=2	P(A)= $\frac{n(a)}{N}$	P(A)$x = \frac{2}{16}$=0.125	**Existe una probabilidad de 12% de que elija una camisa azul.**

Datos del problema	Formula	Sustitucion	Resultado
S {16} N={Negra}= {4} N=16 N(N)=4	P(N)= $\frac{n(a)}{N}$	P(N)$x = \frac{4}{16}$=0.25	**Existe una probabilidad de 25% de que elija una camisa negra.**

2.-La biblioteca escolar recibió 40 libros nuevos incluyendo 12 novelas. Si un estudiante selecciona uno de estos libros al Azar...

Probabilidad= 12/40 = 0.3 = 30%

Probabilidad 28/40 =. 0.7 =. 70%

a) ¿Cuál es la probabilidad de que elija una novela?
   Existe un 30% de que elija una novela

b) ¿Cuál es la probabilidad de que elija un libro distinto a novela
   Existe un 70% de que elija uno distinto

3.- Se aplicará un examen sorpresa a un estudiante elegido al azar de la clase de enfermería si en el grupo hay 18 hombres y 12

Mujeres ¿Cuál es la probabilidad de que sea un muchacho a quien se le aplique el examen?

Probabilidad= 18/30 = 0.6 = 60%

Existe un 60% de probabilidad de que sea un muchacho?

Probabilidad = 12/30=0.4= 40%