Cuadro sinóptico y ejercicios

Nombre del Alumno: Blanca Crhistmas Gómez Pérez.

Nombre del tema: Probabilidad.

Parcial:1.

Nombre de la Materia: Estadística.

Nombre del profesor: Rosario Gómez Lujano.

Nombre de la Licenciatura: Trabajo Social y Gestión Comunitaria.

Cuatrimestre:1.

Pichucalco, Chiapas, A 23 de noviembre de 2024.

Distribución de probabilidad

Es aquella que permite establecer toda la gama de resultados probables de ocurrir en un experimento determinado.

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Es una distribución de probabilidad discreta.

Definición

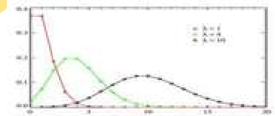
Da la probabilidad de que se produzca un número de eventos en un intervalo fijo de tiempo o espacio si estos eventos se producen con una tasa promedio conocida. Los eventos son independientes del tiempo transcurrido desde el último evento.

Características

Fue descubierta por Siméon-Denis Poisson, en 1838 con su Investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles.

Ejemplos

- Un editor de libros podría estar interesado en el número de palabras escritas incorrectamente en un libro en particular.
- Puede ser que, en promedio, haya cinco palabras mal escritas en 100 páginas.
- El intervalo son las 100 páginas y se supone que no hay relación entre el momento en que se producen los errores ortográficos.
- La variable aleatoria X = el número de ocurrencias en el intervalo de interés.



DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA

Es una distribución de probabilidad discreta.

Definición

En este caso, el experimento continúa hasta que se produce un éxito o un fracaso, en lugar de un número determinado de ensayos.
La distribución geométrica, es una cuestión de convención y conveniencia.

Características

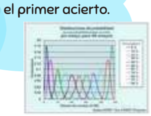
Hay uno o más ensayos de Bernoulli con todos los fallos excepto el último, que es un acierto.
En otras palabras, sigue repitiendo lo que está haciendo hasta el primer acierto. Entonces se detiene.

Ejemplos

- Se lanza un dardo a una diana hasta dar en ella. La primera vez que logra dar en la diana es un "acierto", así que deja de lanzar el dardo.
- Puede que le lleve seis intentos hasta que acierte en la diana. Puede pensar en las pruebas como fallo, fallo, fallo, fallo, acierto, PARAR.
- En teoría, el número de pruebas podría ser eterno.
- La probabilidad, p, de un acierto y la probabilidad, q, de un fallo es igual para cada ensayo. p + q = 1 y q = 1 – p.
- Por ejemplo, la probabilidad de obtener el primer tres en la quinta lanzada.

1. En las lanzadas del uno al cuatro, no se obtiene un lado con un tres.
2. La probabilidad de cada una de las lanzadas es q = 5656, la probabilidad de un fallo.
3. La probabilidad de obtener un tres en la quinta lanzada es (56)(56)(56)(56)(16)(56)(56)(56)(56)(16) = 0,0804

- X = el número de ensayos independientes hasta el primer acierto.



DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Es una distribución discreta relacionada con muestreos aleatorios y sin reemplazo.

$$h(x) = \frac{\binom{A}{x}\binom{N-A}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Donde;
x = el número que nos interesa procedente del grupo con A objetos.
h(x) es la probabilidad de x aciertos, en n intentos.
Cuando los aciertos A (ases en este caso) están en una población que contiene N elementos.

Características

Para que el hipergeométrico funcione;

- la población debe ser divisible en dos y solo dos subconjuntos independientes
- La variable aleatoria X = el número de elementos del grupo de interés.
- el experimento debe tener probabilidades cambiantes de éxito con cada experimento
- Otra forma de decir esto es que se muestrea sin reemplazo y, por lo tanto, cada selección no es independiente.

Ejemplos

Para hallar el número de formas de obtener 2 ases de los cuatro que hay en la baraja, calculamos:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$$

Y si no nos importara qué más tenemos en la mano para las otras tres cartas calcularíamos:

$$\binom{48}{3} = \frac{48!}{3!45!} = 17.296$$

Uniendo todo esto, podemos calcular la probabilidad de obtener exactamente dos ases en una mano de póquer de 5 cartas como:

$$\frac{\binom{4}{2}\binom{48}{3}}{\binom{52}{5}} = 0,0399 \qquad (4.2)$$

Distribución de probabilidad

Es aquella que permite establecer toda la gama de resultados probables de ocurrir en un experimento determinado.

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI

Es una distribución de probabilidad discreta.
Un experimento al cual se aplica la distribución de Bernoulli se conoce como Ensayo de Bernoulli o simplemente ensayo, y la serie de esos experimentos como ensayos repetidos.

Definición

Bernoulli o dicotómica, nombrada así por el matemático y científico suizo Jakob Bernoulli, toma valor 1 para la probabilidad de éxito (ρ) y valor 0 para la probabilidad de fracaso (q = 1 − ρ).

Características

X es una variable aleatoria que mide "número de éxitos", y se realiza un único experimento con dos posibles resultados (éxito o fracaso), se dice que la variable aleatoria X se distribuye como una Bernoulli de parámetro ρ. X˜Be(ρ)
La fórmula será: f(x) = ρx(1 − ρ)1 − x con x = {0,1}

Ejemplos

si consideramos un experimento aleatorio E en el que observamos si se presenta o no un suceso A. Llamamos "éxito" a la ocurrencia del suceso A y "fracaso" a la no ocurrencia del suceso A. A su vez, llamamos ρ a la Probabilidad de Éxito, P(A)=ρ, y q a la Probabilidad de Fracaso, P(A)=q.

$$\left.\begin{array}{l} P(A)=p \\ P(A)=1-P(A)=q \end{array}\right\} \Rightarrow p+q=1$$

Sea X una variable aleatoria discreta que representa el número de éxitos (n° de veces que ocurre el suceso A) y toma dos valores 0 y 1.

$$X=\begin{cases} 1 & \text{si ocurre el suceso} A \\ 0 & \text{si no ocurre el suceso } A \end{cases} \quad \text{ó} \quad X=\begin{cases} 1 & \text{con probabilidad } p \\ 0 & \text{con probabilidad } q \end{cases}$$

Por lo tanto P[X=1]=ρ y P[X=0]=q .
En estas condiciones se dice que X tiene una Distribución de Bernouilli de parámetros 1 y ρ, y se denota X→B(1,ρ),
Donde 1 es el número de veces que se realiza el experimento y ρ es la probabilidad de éxito.

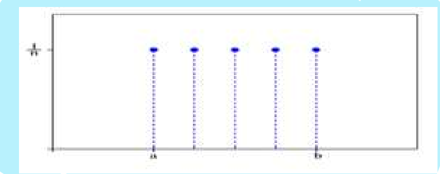
DISTRIBUCIÓN UNIFORME DISCRETA

Es una distribución de probabilidad discreta.

Definición

En teoría de la probabilidad, la distribución uniforme discreta es una distribución de probabilidad que asume un número finito de valores con la misma probabilidad.

Ejemplos



DISTRIBUCIONES DE VARIABLE CONTINUA DISTRIBUCIÓN X^2

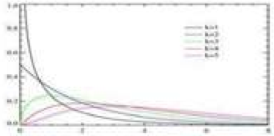
- Es una distribución de probabilidad continua

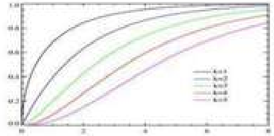
Características

La distribución χ^2 (de Pearson) es una distribución de probabilidad continua con un parámetro k que representa los grados de libertad de la variable aleatoria.

$$X = Z_1^2 + \cdots + Z_k^2$$

Donde Zi son variables de distribución normal, de media cero y varianza uno. El que la variable aleatoria X tenga esta distribución se representa habitualmente así: Es conveniente tener en cuenta que la letra griega χ se transcribe al latín como chi1 y se pronuncia en castellano comoji.2 3





Distribución de probabilidad

Es aquella que permite establecer toda la gama de resultados probables de ocurrir en un experimento determinado.

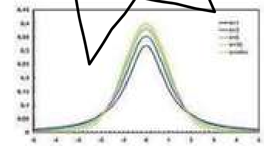
DISTRIBUCIÓN T DE STUDENT

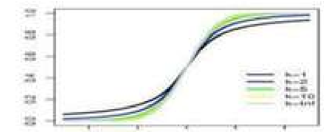
Definición

surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

Características

Determinación de las diferencias entre dos medias muéstrales y para la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las medias de dos poblaciones cuando se desconoce la desviación típica de una población y ésta debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.





DISTRIBUCIÓN NORMAL

Es una distribución de probabilidad de variable continua

Definición

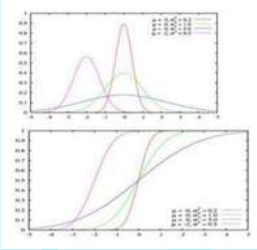
Gauss o distribución gaussiana, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece en fenómenos reales.

Características

Su importancia radica en permitir modelar numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos.
Mientras que los mecanismos que subyacen a gran parte de este tipo de fenómenos son desconocidos, por la enorme cantidad de variables incontrolables que en ellos intervienen, el uso del modelo normal puede justificarse asumiendo que cada observación se obtiene como la suma de unas pocas causas independientes.

Ejemplos

La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro. Esta curva se conoce como campana de Gauss.



DISTRIBUCIÓN GAMMA

En estadística la distribución gamma es una distribución de probabilidad continua con dos parámetros k y λ cuya función de densidad para valores x > 0 es

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^{k-1}}{\Gamma(k)}$$

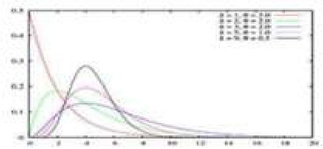
Características

Aquí e es el número e y Γ es la función gamma. Para valores:

La aquella es Γ(k) = (k − 1)! (el factorial de k − 1).

En este caso – por ejemplo para describir un proceso de Poisson – se llaman la distribución distribución Erlang con un parámetro θ = 1 / λ.

El valor esperado y la varianza de una variable aleatoria X de distribución gamma son: E[X] = k / λ = kθ V[X] = k / λ2 = kθ2



MUESTREO

Es la herramienta que la Matemática utiliza para el estudio de las características de una población a través de una determinada parte de la misma.

La muestra de estudio debe ser lo más pequeña posible, que sea más grande, no asegura información más fiable.

Debe ser elegida por proceso aleatorio para que sea lo más representativa posible.

TÉRMINOS USUALES EN UN ESTUDIO ESTADÍSTICO

- Población: conjunto de todos los individuos que son objeto del estudio.
- Muestreo probabilístico o aleatorio
  - Muestreo aleatorio simple: se asigna un número a cada uno de los individuos de la población, y seguidamente se van eligiendo al azar los componentes de la muestra. La elección de un individuo no debe afectar a la del siguiente, por tanto debe reemplazarse el n°, una vez extraído.
  - Muestreo sistemático: se ordenan previamente los individuos de la población, después se elige uno al azar y a continuación, a intervalos constantes, se eligen todos los demás hasta completar la muestra.
  - Muestreo estratificado: se divide la población total en clases homogéneas (estratos). La muestra se escoge aleatoriamente en número proporcional al de los componentes de cada estrato.
- Muestra: parte de la población en la que miden las características estudiadas.
- Muestreo: proceso seguido para la extracción de una muestra.
- Encuesta: proceso de obtener información de la muestra. Métodos de muestreo
- Muestreo no probabilístico: no se usa el azar, sino el criterio del investigador.

DISTRIBUCIÓN DE MUESTREO

- Es evidente que los resultados obtenidos del estudio de una muestra no son del todo fiable, pero sí en buena medida.
- Los parámetros que obtienen de una muestra (estimadores estadísticos) nos permitirán arriesgarnos a predecir una serie de resultados para toda la población.
- De estas predicciones y del riesgo que conllevan se ocupa la Inferencia Estadística.

DISTRIBUCIÓN DE MEDIDAS MUESTRALES

- parámetros muéstrales
  - Elegida una muestra, hallaremos en ella la media y la desviación típica S.
  - Lo que tendremos que estudiar será la representatividad de estos parámetros muestrales con los parámetros reales de la población, es decir:
  - la media poblacional, y la desviación típica de la población.
- Intervalos de probabilidad
  - Se llama intervalo de probabilidad para la media a uno de la forma tal que se cumple que la probabilidad de que se encuentre en él es igual.
  - Al parámetro se le llama nivel de confianza, y la diferencia es el riesgo asumido. Si tipificamos la variable, llegaremos a una expresión de la forma:
  - donde Z es una variable que se ajusta a una N(0, 1). De este modo podremos evaluar el valor de k consultando la tabla de valores de dicha distribución.

MUESTREO

Es la herramienta que la Matemática utiliza para el estudio de las características de una población a través de una determinada parte de la misma.

La muestra de estudio debe ser lo más pequeña posible, que sea más grande, no asegura información más fiable.

Debe ser elegida por proceso aleatorio para que sea lo más representativa posible.

ESTIMACIÓN A PARTIR DE UNA MUESTRA

Habitualmente, lo normal es que se desconozcan la media y la desviación típica de la población y que, mediante técnicas de muestreo, se busque estimarlas con la fiabilidad necesaria.
por lo que se realizan preguntas que se deben responder mediante técnicas y al lograrlo se da la estimación.

INTERVALOS DE CONFIANZA

Al intervalo se le llama intervalo de confianza para la media poblacional, siendo los elementos que aparecen en dicho intervalo, los ya estudiados anteriormente.

La probabilidad de que la media de la población se encuentre en este intervalo es, que es el nivel de confianza.

Si la confianza es, suele decirse que el nivel de significación es 1–, o nivel de riesgo.

En el caso en que la desviación típica de la población sea desconocida, no tendríamos más remedio que sustituirla por la desviación maestral s; a esto se le llama error típico de la media.

ERROR ADMITIDO

Cuando decimos que la media poblacional con un nivel de confianza, estamos admitiendo un error máximo de .

A este número se le llama error máximo admisible.

TAMAÑO DE LA MUESTRA

El tamaño maestral mínimo de una encuesta depende de la confianza que se desee para los resultados y del error máximo que se esté dispuesto a asumir.

¿ CÓMO DETERMINAR EL TAMAÑO DE UNA MUESTRA?

Se debe justificar convenientemente de acuerdo al planteamiento del problema, la población, los objetivos y el propósito de la investigación.

¿De qué depende el tamaño maestral?

Dependerá de decisiones estadísticas y no estadísticas, pueden incluir por ejemplo la disponibilidad de los recursos, el presupuesto o el equipo que estará en campo.

Antes de calcular necesitamos

Tamaño de la población. Una población es una colección bien definida de objetos o individuos que tienen características similares. Hablamos de dos tipos: población objetivo, que suele tiene diversas características y también es conocida como la población teórica. La población accesible es la población sobre la que los investigadores aplicaran sus conclusiones.

Margen de error (intervalo de confianza). El margen de error es una estadística que expresa la cantidad de error de muestreo aleatorio en los resultados de una encuesta, es decir, es la medida estadística del número de veces de cada 100 que se espera que los resultados se encuentren dentro de un rango específico.

Nivel de confianza. Son intervalos aleatorios que se usan para acotar un valor con una determinada probabilidad alta. Por ejemplo, un intervalo de confianza de 95% significa que los resultados de una acción probablemente cubrirán las expectativas el 95% de las veces.

La desviación estándar. Es un índice numérico de la dispersión de un conjunto de datos (o población). Mientras mayor es la desviación estándar, mayor es la dispersión de la población.

Cálculo desconociendo el Tamaño de la Población

$$n = \frac{Z_a^{\,2} \times p \times q}{d^2}$$

En donde Z=nivel de confianza
P = probabilidad de éxito, o proporción esperada
Q = probabilidad de fracaso
D = precisión (error máximo admisible en términos de proporción)

$$n = \frac{N \times Z_a^{\,2} \times p \times q}{d^2 \times (N-1) + Z_a^{\,2} \times p \times q}$$

En donde, N = tamaño de la población
Z = nivel de confianza
P = probabilidad de éxito, o proporción esperada
Q = probabilidad de fracaso
D = precisión (Error máximo admisible en términos de proporción).

TIPOS DE MUESTREO

El muestreo es una herramienta para determinar qué parte de una población debemos analizar cuando no es posible realizar un censo. Depende de los objetivos del estudio el elegir una muestra.

MUESTREO PROBABILÍSTICO

Se basa en el principio de equiprobabilidad, esto quiere decir que todos los individuos de la muestra seleccionada, tendrán las mismas probabilidades de ser elegidos.

Lo anterior nos asegura que la muestra extraída contará con representatividad.

MUESTREO NO PROBABILÍSTICO

No sirven para hacer generalizaciones pero sí para estudios exploratorios.

En este tipo de muestras, se eligen a los individuos utilizando diferentes criterios relacionados con las características de la investigación, no tienen la misma probabilidad de ser seleccionados ya que el investigador suele determinar la población objetivo

Términos básicos en muestreo

- ¿Hacia quiénes queremos generalizar? = Población Teorética
- ¿A qué población tenemos acceso? = Población de Estudio
- ¿Cómo obtenemos el acceso? = Marco de Muestra
- ¿Quién está en nuestro estudio? = La Muestra

Gráfico o diagrama de control

Es una herramienta utilizada para distinguir las variaciones debidas a causas asignables o especiales a partir de las variaciones aleatorias inherentes al proceso.

¿Para qué sirve un gráfico o diagrama de control?

- Diagnóstico: Para evaluar la estabilidad de un proceso.
- Control: Para determinar cuándo es necesario ajustar un proceso y cuándo se debe dejar tal y como está.
- Confirmación: Para confirmar la mejora de un proceso.

Tipos de gráficos de control

- Gráfico de control por variables.
- Gráfico de control por atributos

Resuelve los siguientes ejercicios

1.- Calcular: promedio, mediana, moda, rango, varianza y desviación estándar de las siguientes calificaciones. 7, 8, 9, 9, 10, 9, 8, 7.

Media aritmética

$\bar{X} = \frac{7,7,8,8,9,9,9,10}{8} = \frac{67}{8} = \mathbf{8.37}$

Mediana

$\tilde{X} = \underline{7,7,8,8,9,9,9,10}$

$\tilde{X} = \frac{8+9}{2} = \frac{17}{2} = \mathbf{8.5}$

Moda

$\hat{X} = 7,7,8,8,\mathbf{9,9,9},10$

$\hat{X} =$ Unimodal $= \mathbf{9} =$

Rango

$R = 10-7 = \mathbf{3}$

$R = \mathbf{3}$

Varianza

$(S^2) = \frac{(7-8.37)^2 + (7-8.37)^2 + (8-8.37)^2 + (8-8.37)^2 + (9-8.37)^2 + (9-8.37)^2 + (9-8.37)^2 + (10-8.37)^2}{8-1}$

$(S^2) = \frac{(-1.37)^2 + (1.37)^2 + (-0.37)^2 + (-0.37)^2 + (0.63)^2 + (0.63)^2 + (0.63)^2 + (1.63)^2}{7}$

$(S^2) = \frac{1.87 + 1.87 + 0.13 + 0.13 + 0.39 + 0.39 + 0.39 + 2.65}{7}$

$(S^2) = \frac{7.82}{7} = \mathbf{1.11}$

$(S^2) = \mathbf{1.11}$

Desviación estándar

$\sqrt{(S^2)} = \sqrt{1.11} = \mathbf{1.05}$

Resuelve los siguientes ejercicios

2.-Una urna tiene ocho bolas rojas, cinco amarillas y siete verdes. Si extrae una bola aleatoriamente, determinar la probabilidad de que sea:

a) Roja

$P(\text{roja}) = \frac{8}{20} = 0.4 \text{ X}100 = 40\%$

b) Amarillo

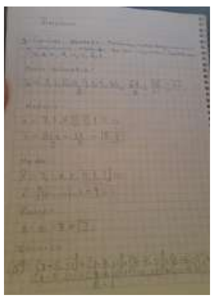
$P(\text{amarillo}) = \frac{5}{20} = 0.25 \text{ X}100 = 25\%$

c) Verde

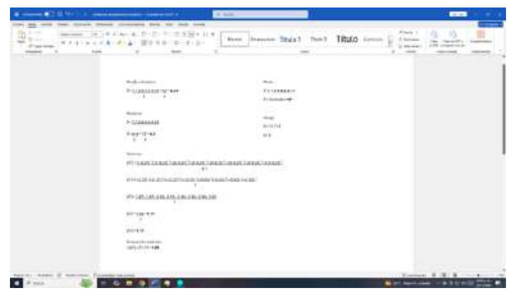
$P(\text{verde}) = \frac{7}{20} = 0.35 \text{ X}100 = 35\%$

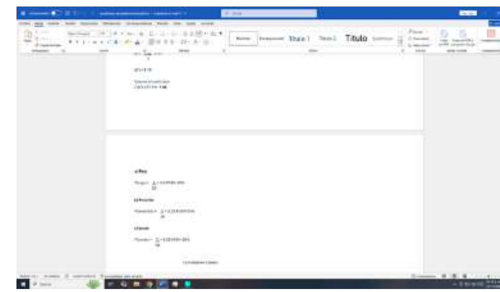
Anexos

Lo trabaje en clases:



y los ejercicios en Word, por que aquí no me dejaba acomodarlo y lo pegue como imagen:





Bibliografía

UDS. (23de 11 de 2024). plataforma para estudiantes UDS. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://plataformaeducativauds.com.mx/assets/biblioteca/3c497d30907cf376729a1b3fb7369184.pdf