MAPA CONCEPTUAL

NOMBRE DEL ALUMNO: PEREYRA CALVO CAROL DENISSE

TEMA: UNIDAD III. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

PARCIAL: TERCERO.

MATERIA: BIOESTADISTICA I.

MAESTRO: ICEL BERNARDO LEPE ARRIAGA

LICENCIATURA: ENFERMERÍA.

CUATRIMESTRE: CUARTO.

Frontera Comalapa, Chiapas a 30 de octubre del 2024

Modelos de distribución de probabilidad

MODELOS DISCRETOS

Son

Modelos de probabilidad de variable aleatoria discreta.

Los más importante son

Los modelos de BERNOUILLI (especialmente "la distribución binomial") y la "distribución de Poisson".

DISTRIBUCIÓN BINOMINAL

El campo de variación de la variable es {0,1,2, 3..., n} y la función de cuantía es

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Para valores de x= 0,1,2, ...n siendo n Î N, p Î [0,1] y q=1-p

Si una variable aleatoria, X, sigue una distribución binomial de parámetros n y p se expresa como: X ~ B (n, p).

SITUACIONES QUE MODELIZA

- Se realiza un número n de pruebas (separadas o separables).
- Cada prueba puede dar dos únicos resultados A y Ã
- La probabilidad de obtener un resultado A es p y la de obtener un resultado Ã es q, con q= 1-p, en todas las pruebas.

DISTRIBUCIONES DE POISSON

Formalmente: dada una variable aleatoria X con campo de variación X Î {0,1, 2, ..., ¥}, es decir X Î N cuya función de cuantía sea:

$$P(x) = \frac{e^{\lambda} \lambda^{x}}{x!}$$

Siendo l un parámetro positivo diremos que X sigue una distribución de Poisson de parámetro l, X ~ P (l)

SITUACIONES QUE MODELIZA

Se observa la ocurrencia de hechos de cierto tipo durante un período de tiempo o a lo largo de un espacio, considerados unitarios

El tiempo (o el espacio) pueden considerarse homogéneos, respecto al tipo de hechos estudiados, al menos durante el período experimental

La probabilidad de que se produzca un hecho en un intervalo infinitesimal es prácticamente proporcional a la amplitud del intervalo infinitesimal.

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Dada la siguiente situación:

- Una población constituida por N individuos en total.
- De los cuales Np individuos son del tipo A, y N q individuos son del tipo Ã.

De forma que la proporción de individuos A que hay en la población es p, y la proporción de individuos de tipo Ã, es q (p + q=1)

Se realizan n (pruebas) extracciones sin reemplazamiento

De forma que la probabilidad de extraer un individuo A (Ã) en una de las extracciones depende de los resultados de las pruebas anteriores.

Si consideramos la variable aleatoria X = nº de resultados A obtenidos en las n extracciones, X seguirá una distribución Hipergeométrica. X~H (N, n, p)

Puede comprobarse que la función de cuantía es, entonces:

$$P(x) = \frac{\binom{Np}{x}\binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

La distribución Hipergeométrica es semejante a la binomial, excepto en el hecho de que las pruebas no mantienen constantes las probabilidades de A y Ã.

MODELOS CONTINUOS

Distribución Uniforme (de V. Continua)

Dada una variable aleatoria continua, X, definida en el intervalo [a, b] de la recta real, diremos que X tiene una distribución uniforme en el intervalo [a, b] cuando su función de densidad sea: X ~ U ([a, b])

De manera que la función de distribución resultará: 0 para x < a

Distribución Exponencial

Dada una variable aleatoria continua, X, definida para valores reales positivos.

Diremos que X tiene una distribución exponencial de parámetro a cuando su función de densidad sea: f(x) = a e -a x para x ³ 0 (siendo el parámetro a positivo)

Distribución Normal

La distribución normal es la más importante de todas las distribuciones de probabilidad.

Es una distribución de variable continua con campo de variación [-¥, ¥], que queda especificada a través de dos parámetros (que acaban siendo la media y la desviación típica de la distribución).

Una variable aleatoria continua, X, definida en [-¥, ¥] seguirá una distribución normal de parámetros m y s, (X ~ N (m; s)), si su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Para x Î [-¥, ¥]

Diremos que X tiene una distribución exponencial de parámetro a cuando su función de densidad sea: f(x) = a e -a x para x ³ 0 (siendo el parámetro a positivo)

Importancia de la distribución Normal

a) Enorme número de fenómenos que puede modelizar:

Casi todas las características cuantitativas de las poblaciones muy grades tienden a aproximar su distribución a una distribución normal.

b) Muchas de las demás distribuciones de uso frecuente, tienden a distribuirse según una Normal, bajo ciertas condiciones.

c) (En virtud del teorema central del límite).

Todas aquellas variables que pueden considerarse causadas por un gran número de pequeños efectos (como pueden ser los errores de medida) tienden a distribuirse según una distribución normal.

Distribuciones Binomial y Poisson

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Es

Una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria.

Existen una gran diversidad de experimentos o sucesos que pueden ser caracterizados bajo esta distribución de probabilidad.

Imaginemos el lanzamiento de una moneda en el que definimos el suceso “sacar cara” como el éxito. Si lanzamos 5 veces la moneda y contamos los éxitos (sacar cara) que obtenemos, nuestra distribución de probabilidades se ajustaría a una distribución binomial.

La distribución binomial se entiende como una serie de pruebas o ensayos en la que solo podemos tener 2 resultados (éxito o fracaso), siendo el éxito nuestra variable aleatoria.

PROPIEDADES DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Para que una variable aleatoria se considere que sigue una distribución binomial, tiene que cumplir las siguientes propiedades:

- En cada ensayo, experimento o prueba solo son posibles dos resultados (éxito o fracaso).
- La probabilidad del éxito ha de ser constante. Esta se representa mediante la letra p.
- Los sucesos son colectivamente exhaustivos, es decir, al menos uno de los 2 ha de ocurrir. Si no se es hombre, se es mujer y, si se lanza una moneda, si no sale cara ha de salir cruz.
- La probabilidad de fracaso ha de ser también constate. Esta se representa mediante la letra q = 1 - P. Es importante fijarse que, mediante esa ecuación, sabiendo p o sabiendo q, podemos obtener la que nos falte.
- La variable aleatoria que sigue una distribución binomial se suele representar como X~ (n, p), donde n representa el número de ensayos o experimentos y P la probabilidad de éxito.
- El resultado obtenido en cada experimento es independiente del anterior. Por lo tanto, lo que ocurra en cada experimento no afecta a los siguientes
- Los sucesos son mutuamente excluyentes, es decir, no pueden ocurrir los 2 al mismo tiempo. No se puede ser hombre y mujer al mismo tiempo o que al lanzar una moneda salga cara y cruz al mismo tiempo.

Formula de la distribución binomial

La fórmula para calcular la distribución normal es:

$$P_{(x)} = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Donde

n = Número de ensayos/experimentos

x = Número de éxitos

p = Probabilidad de éxito

q = Probabilidad de fracaso (1-p)

Es importante resaltar que la expresión entre corchetes no es una expresión matricial, sino que es un resultado de una combinatoria sin repetición. Este se obtiene con la siguiente formula:

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

El signo de exclamación en la expresión anterior representa el símbolo de factorial.

Ejemplo:

El número de llamadas telefónicas que llegan a una central telefónica es modelado frecuentemente como una variable aleatoria de Poisson. Asumiendo que en promedio hay 10 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 5 llamadas en una hora? ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 5 llamadas en 30 minutos?

$$f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

$$\lambda = 10$$

$$f(5) = \frac{10^5}{5!} e^{-10}$$

$$f(5) = 0.0378$$

Distribución de Poisson

La Distribución de Poisson se llama así en honor a Simeón Dennis Poisson (1781-1840), francés que desarrolló esta distribución basándose en estudios efectuados en la última parte de su vida.

Es

Una distribución de probabilidad discreta que se aplica a las ocurrencias de algún suceso durante un intervalo determinado.

Nuestra variable aleatoria x representará el número de ocurrencias de un suceso en un intervalo determinado, el cual podrá ser tiempo, distancia, área, volumen o alguna otra unidad similar o derivada de éstas

La probabilidad de nuestra variable aleatoria X viene dada por la siguiente expresión:

$$P(x) = \frac{\mu^x . e^{-\mu}}{x!}$$

Donde:

-Nuestra variable aleatoria discreta puede tomar los valores:

-Donde es la media del número de sucesos en el intervalo que estemos tomando, ya sea de tiempo, distancia, volumen, etc.

- "e" es una constante 2. 71..

La distribución de Poisson debe de cumplir los siguientes requisitos:

- La variable discreta es el número de ocurrencias de un suceso durante un intervalo (esto es la propia definición que hemos dado anteriormente).
- Las ocurrencias deben ser aleatorias y no contener ningún vicio que favorezca unas ocurrencias en favor de otras.
- Las ocurrencias deben estar uniformemente distribuidas dentro del intervalo que se emplee.

La distribución de Poisson es particularmente importante ya que tiene muchos casos de uso.

Ejemplo

la disminución de una muestra radioactiva, la llegada de pasajeros de un aeropuerto o estación de trenes o autobuses, los usuarios que se conectan a una web determinada por hora.

Ejemplo

Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día, ¿cuáles son las probabilidades de que reciba cuatro cheques sin fondo en un día dado?

Solución

x = variable que nos define el número de cheques sin fondo que llegan al banco en un día

cualquiera = 0, 1, 2, 3,…., etc., etc.

 = 6 cheques sin fondo por día

e = 2.718

$$p(x=4,\lambda=6)=\frac{(6)^4(2.718)^{-6}}{4!}=\frac{(1296)(0.00248)}{24}=0.13392$$