



**NOMBRE DE LA ALUMNA: YARENI GRICEL SANCHEZ MORALES**

**NOMBRE DEL TRABAJO: SUPER NOTA**

**NOMBRE DEL PROFESOR: ICEL BERNARDO LEPE ARRIAGA**

**LICENCIATURA: ENFERMERIA**

**CUATRIMESTRE: 4 CUATRIMESTRE**

**FRONTERA COMALAPA CHIAPAS**

# Test para poblaciones normales

**Inferencia sobre una población**

Objetivo principal: Contrastar valores de medidas como: Posición: media o mediana. Dispersión: varianza.

Otros parámetros poblacionales.

Suposición común: La variable sigue una distribución normal (media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ ). Utilidad del Teorema del Límite Central en variables no normales.



**Inferencia sobre dos variables numéricas**

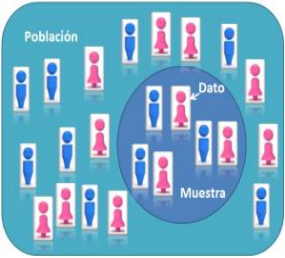
Objetivo principal:

Analizar la relación lineal entre dos variables (por ejemplo, renta y consumo).

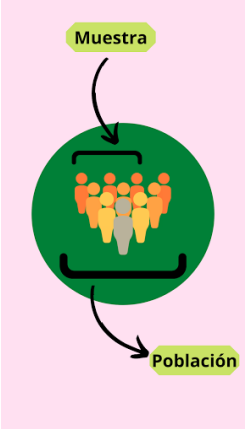
Herramientas estadísticas:

Correlación: medir intensidad y sentido de la relación.

Regresión: modelar la relación entre las variables.



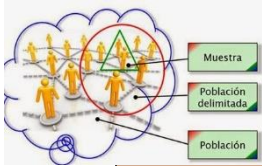
**Aplicación típica:** Ejemplo: determinar si el promedio de horas diarias viendo TV es un valor específico. Hipótesis paramétricas: Utilización de distribuciones como binomial, Poisson, normal, uniforme, etc. Predominio de la normalidad por simplicidad y precisión.



**Inferencia sobre dos poblaciones**

Objetivo: Comparar la distribución de una variable cuantitativa en dos poblaciones.

**Ejemplo:** diferencias salariales entre hombres y mujeres, Supuestos comunes: Si las variables siguen distribuciones normales, se comparan sus medias. En ocasiones, se comparan varianzas como interés instrumental. **Tipos de muestras:** Muestras independientes, Dos grupos distintos (e.g., hombres vs. mujeres), Muestras apareadas o relacionadas.



**Generalización a más de dos poblaciones: ANOVA**

Comparar medias de más de dos poblaciones usando análisis de varianza (ANOVA). Útil para detectar diferencias significativas entre grupos múltiples.

Puntos clave: Suposición de normalidad es central para simplificar procedimientos y mejorar precisión.



**Diferencia entre muestras independientes y muestras relacionadas es fundamental para seleccionar el test adecuado.** Regresión y correlación permiten evaluar y modelar relaciones entre variables numéricas. ANOVA extiende el análisis a más de dos grupos, generalizando la comparación de medias.

# Test para poblaciones binominales y de poisson

**DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

Esperanza Matemática:  $E(x) = n \cdot p$

Varianza:  $V(x) = n \cdot p \cdot q$

$p = 30\%$

$n = 10$

$P(x=2)$

$P(x \geq 3)$

$P(x \leq 2)$

Fórmula:  $P(x, n, p) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$

En la calculadora:  $(10C2) \cdot (0.3)^2 \cdot (1-0.3)^{(10-2)}$

## Poblaciones binomiales

Características del modelo binomial: Se realizan  $n$  pruebas independientes en las mismas condiciones. Cada prueba tiene dos posibles resultados: A con probabilidad  $p$ .  $\bar{A}$  con probabilidad  $q = 1 - p$ . Ejemplo típico: muestreo con reemplazo o población grande (Muestreo Aleatorio Simple - M.A.S). Para que las probabilidades sean constantes: Con reemplazo: las proporciones no cambian.

Un video que te muestra a yulian recibir una media de 3.3 solicitudes al día y quiere saber la probabilidad de que en 3 días reciba más de 8 peticiones

$\lambda = 3 + 3 + 3 = 9.3$

$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$

$p(9) = \frac{9.3^9}{9!} \cdot e^{-9.3} = 0.1269$

Las aproximaciones en muestras grandes (e.g.,  $\chi^2$  y G-test) son útiles para distribuciones binomiales, pero no reemplazan el test exacto en muestras pequeñas.

Ambos modelos son esenciales en análisis de fenómenos probabilísticos bajo distintos contextos.

Sin reemplazo: válido si la población es suficientemente grande, ya que las variaciones son insignificantes.

Test binomial: Prueba exacta para analizar desviaciones de la distribución esperada en dos categorías. Uso común: Hipótesis nula: las dos categorías son igualmente probables (e.g., lanzamiento de una moneda).

## Distribución Binomial

Ejercicio práctico nº2  
Calculo de la media ( $\mu$ ) y la varianza ( $\sigma$ )

$p_k = P\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

## Puntos clave generales:

El modelo binomial se centra en pruebas independientes con dos resultados posibles, siendo ideal para eventos dicotómicos.

La distribución de Poisson es adecuada para modelar eventos discretos con ocurrencias en un tiempo o espacio definido.

Aproximación mediante distribución de Poisson

## Poblaciones de Poisson

Características del modelo de Poisson: Aplica a eventos discretos que ocurren 0, 1, 2... veces en: Un periodo de tiempo definido. Una región espacial determinada. Condición clave: La probabilidad de ocurrencia del evento es constante en el tiempo o espacio. Ejemplos de fenómenos modelados por Poisson: Número de autos que pasan por un punto en una carretera en un tiempo definido. Errores de ortografía en una página escrita. Llamadas telefónicas en una central por minuto. Servidores web accedidos por minuto.

$P(x > 950) = P\left(z > \frac{950 - 875}{23.85}\right) = P(z > 3.14)$

$\frac{950 - 875}{23.85} = 3.1446 \approx 3.14$

Animales muertos encontrados por unidad de longitud de una ruta.

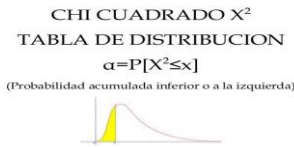
Mutaciones en cadenas de ADN expuestas a radiación.

Núcleos atómicos inestables que se desintegran en un tiempo específico.

# Test basado en el estadístico chi cuadrado

Características generales del test Chi-cuadrado. Se utiliza para datos medibles en escala nominal. Hipótesis nula ( $H_0$ ): La muestra proviene de una población con una distribución de probabilidad totalmente especificada. Los datos se organizan en una tabla de frecuencias: Frecuencia observada ( $O_i$ ): valores empíricos. Frecuencia esperada ( $E_i$ ): calculada como  $E_i = n \cdot p_i$ , donde.

Secuencia del contraste Chi-cuadrado. Organización de datos: Colocar las frecuencias observadas y calcular las esperadas. Definición de hipótesis nula:  $H_0$ : no hay diferencia entre las frecuencias observadas y las esperadas. Cálculo del estadístico  $\chi^2$ : Comparar el valor obtenido con la tabla de la distribución Chi-cuadrado en el nivel de significancia establecido. Región crítica. En el extremo superior de la distribución ( $\chi^2$  grande).



Estadístico de prueba: Fórmula del estadístico Chi-cuadrado:  $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ . Distribución del estadístico: Sigue una distribución Chi-cuadrado con  $k-1$  grados de libertad ( $k$ : número de categorías). Válido si, Todas las frecuencias esperadas  $E_i > 5$ . Se tolera un máximo del 20% de frecuencias  $E_i < 5$ . Interpretación: Si  $O_i = E_i$  para todas las categorías, entonces  $\chi^2 = 0$ .

**CHI CUADRADO**

¿Cuándo usar esta distribución?

- Esta es una distribución de muestreo asociada a la probabilidad de la varianza ( $\sigma^2$ ). Por medio de ella se determina la probabilidad de ocurrencia de un valor específico de varianza con  $v=n-1$  grados de libertad en una muestra de tamaño  $n$ .

Puntos clave generales: El test Chi-cuadrado compara frecuencias observadas vs. Esperadas para verificar si los datos se ajustan a una distribución teórica. Es aplicable a variables categóricas y escalas nominales. Requiere frecuencias esperadas suficientemente grandes para garantizar la validez del estadístico. Las configuraciones permiten personalizar el análisis según hipótesis uniformes o distribuciones específicas.

**Distribución chi-cuadrado**  
Matriz de error: 0,05

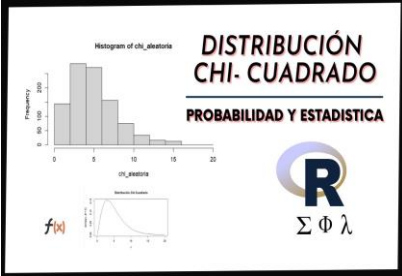
	decente	regular	bueno	total
UBA	5	11	7	23
UP	20	32	3	55
total	25	43	10	78

$H_0$ : No incluye el tipo de universidad  
 $H_1$ : Si incluye el tipo de universidad  
 $f_e = \frac{25 \cdot 23}{78} = 7,28$      $f_e = \frac{55 \cdot 10}{78} = 7,05$

grado de libertad:  $v = (n^* - 1)(k^* - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 1 \cdot 2 = 2$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(5 - 7,28)^2}{7,28} + \frac{(11 - 11,41)^2}{11,41} + \frac{(7 - 7,28)^2}{7,28} + \frac{(20 - 20,71)^2}{20,71} + \frac{(32 - 32,59)^2}{32,59} + \frac{(3 - 3,71)^2}{3,71} = 9,28$$

Opciones en el análisis: Valores esperados: Todas las categorías iguales: asume una distribución uniforme discreta. Valores específicos: se ingresan manualmente las frecuencias relativas o absolutas esperadas para cada categoría. Rango esperado: Obtener de los datos: analiza todas las categorías presentes en la variable. Usar rango especificado: se define un rango de valores específico a analizar, indicando límites inferior y superior.



# Test de bondad de ajustes

Concepto de bondad de ajuste. Definición: Evalúa qué tan bien un modelo estadístico se ajusta a un conjunto de datos observados. Resume la discrepancia entre los valores observados y los valores esperados del modelo. Objetivo del test: Verificar si la población de la que proviene una muestra sigue una distribución específica. Hipótesis:  $H_0: f(x) = f_0(x)$ : Los datos siguen la distribución especificada.  $H_a: f(x) \neq f_0(x)$ : Los datos no siguen la distribución especificada.

Prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrado ( $\chi^2$ )

Características: Utiliza una muestra aleatoria de tamaño  $n$ . Funciona para distribuciones discretas y continuas. Agrupa los datos en  $k$  intervalos de clase, representados en tablas de frecuencia o histogramas.

**Prueba de bondad de ajuste**

Ejercicio. El Director de una escuela de medicina aplicó un examen departamental a 236 estudiantes de segundo año. Resumió las calificaciones con promedio y desviación estándar, encontrando la siguiente tabla de frecuencias observadas y frecuencias esperadas:

	Más de 8,50	Entre 7,01 y 8,50	Entre 5,50 y 7	Más de 5,50
$O_i$	32	74	86	44
$E_i$	37	81	81	37

$H_0: F_0 = F_e$       $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$   
 $H_1: F_0 \neq F_e$

$\chi^2 = \frac{(32-37)^2}{37} + \frac{(74-81)^2}{81} + \frac{(86-81)^2}{81} + \frac{(44-37)^2}{37} = 8,6$

5.4 A continuación se da la función de probabilidad conjunta asociada con los datos obtenidos en un estudio de accidentes automovilísticos en los que se sabe (de menos de una edad) volvió en el auto y todo el número de personas muertas. Específicamente, el estudio se concentró en si el auto atravesó y qué tipo de camino de seguridad (o la falta) utilizó. Defina

$Y_1 = \begin{cases} 1, & \text{si el auto atravesó} \\ 2, & \text{si no} \end{cases}$       $Y_2 = \begin{cases} 1, & \text{si no utilizó} \\ 2, & \text{si utilizó} \end{cases}$

Observe que  $Y_1$  es el número de fallecidos por ruta y, como los caminos para volver del auto tienen por lo general dos caminos,  $Y_2$  es el número de caminos de seguridad que se tomaron con el momento del accidente.

$Y_1$	$Y_2 = 1$	$Y_2 = 2$
1	0,04	0,01
2	0,04	0,16
3	0,04	0,16
4	0,04	0,16

5. Verifique que la función de probabilidad conjunta satisface el Teorema 5.1. Las probabilidades son negativas por lo tanto el teorema 5.1 se satisface.

6. Encuentra  $F(x,y)$ . ¿Cuál es la interpretación de este valor?

$F(3,2) = 0,24 = 1,00$

Cálculo del estadístico de prueba:  $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - FE_i)^2}{FE_i}$ .  $O_i$ : frecuencia observada.  $FE_i$ : frecuencia esperada. Evaluación del resultado: Comparar el estadístico  $\chi^2$  con el valor crítico de la distribución Chi-cuadrado ( $\chi^2_{crítico}$ ): Grados de libertad:  $m - k - 1$  (donde  $k$  es el número de parámetros estimados). Nivel de confianza:  $1 - \alpha$ . Decisión: Si  $\chi^2 \leq \chi^2_{crítico}$ : No se rechaza  $H_0$ . Si  $\chi^2 > \chi^2_{crítico}$ : Se rechaza  $H_0$ .

Puntos clave generales: El test de bondad de ajuste permite evaluar si los datos observados se ajustan a una distribución específica. Utiliza el estadístico Chi-cuadrado para comparar frecuencias observadas y esperadas. Es aplicable a distribuciones discretas y continuas, con ajustes específicos según la naturaleza de la variable. La hipótesis se acepta o rechaza en función del valor del estadístico y los grados de libertad ajustados al modelo.