## Introducción

La geometría analítica es una rama de las matemáticas que permite el estudio de las figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas, generalmente en el plano cartesiano, esto se hace a través de ecuaciones algebraicas, por lo cual es posible representar rectas, curvas y segmentos, facilitando el análisis de propiedades geométricas como la distancia entre dos puntos o la división de un segmento en una razón dada. Estos conceptos tienen aplicaciones prácticas que son fundamentales en los diversos campos como la física, la ingeniería, la arquitectura y el diseño. La distancia entre dos puntos es esencial para medir la separación en el espacio, mientras que la división de un segmento en una razón específica permite dividir longitudes de manera precisa, tanto en la teoría como en la práctica. Este ensayo examinará ambos conceptos en detalle, desglosando sus fórmulas, propiedades y aplicaciones en el mundo real.

## Distancia entre dos puntos

La fórmula para calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano se basa en el teorema de Pitágoras, que establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Aplicando este teorema en el plano cartesiano, si se tienen dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, la distancia "**D**" entre ellos se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{D} = \sqrt{\{(\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1})^2 + (\boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1})^2\}}$$

Esta fórmula es necesaria para determinar la separación exacta entre dos puntos en un plano, y tiene numerosas aplicaciones en la vida cotidiana y en diversas disciplinas.

### Ejemplo práctico 1:

Consideremos los puntos $A(2,3)$ y $B(5,7)$. La distancia entre estos dos puntos se calcula de la siguiente manera:

1. Diferencia en las coordenadas X: $5 - 2 = 3$

2. Diferencia en las coordenadas Y: $7 - 3 = 4$

3. Aplicamos la fórmula de la distancia:

$$\boldsymbol{D} = \sqrt{\{(\mathbf{5} - \mathbf{2})^2 + (\mathbf{7} - \mathbf{3})^2\}} = \sqrt{\{\mathbf{3}^2 + \mathbf{4}^2\}} = \sqrt{\{\mathbf{9} + \mathbf{16}\}} = \sqrt{\{\mathbf{25}\}} = \mathbf{5}$$

Por lo tanto, la distancia entre los puntos $A(2,3)$ y $B(5,7)$ es 5 unidades.

## Ejemplo práctico 2:

Supongamos que deseamos encontrar la distancia entre los puntos $C(-1,2)$y $D(4,-3)$

1. Diferencia en las coordenadas X: $4 - (-1) = 5$

2. Diferencia en las coordenadas Y: $-3 - 2 = -5$

3. Aplicamos la fórmula de la distancia:

$$\boldsymbol{D} = \sqrt{\{(4 - (-1))^2 + (-3 - 2)^2\}} = \sqrt{\{5^2 + (-5)^2\}} = \sqrt{\{25 + 25\}} = \sqrt{\{50\}} \approx 7.07$$

La distancia entre los puntos C (-1, 2) y D (4, -3) es aproximadamente 7.07 unidades.

### Aplicaciones:

Este concepto tiene múltiples aplicaciones, tales como:

- En física, para medir la distancia entre dos objetos en movimiento, lo cual es crucial en el estudio de trayectorias y colisiones.

- En la navegación y los sistemas de posicionamiento global (GPS), para calcular rutas óptimas entre ubicaciones geográficas.

- En el diseño gráfico, para determinar distancias entre elementos visuales y garantizar la alineación adecuada.

### División de un segmento en una razón dada

El concepto de dividir un segmento en una razón dada se utiliza para encontrar un punto que divide un segmento en partes proporcionadas a una relación específica. Dado un segmento entre dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, se puede encontrar un punto $P(x, y)$ que divida el segmento en una razón **m: n** es decir, de modo que la longitud del segmento **AP** y la longitud del segmento **PB** estén en una relación de $\backslash frac\{AP\}\{PB\}$ = $\backslash frac\{m\}\{n\}$.

Las coordenadas del punto $P(x, y)$ se calculan mediante las siguientes fórmulas:

$$\boldsymbol{X} = \backslash \boldsymbol{frac}\{\boldsymbol{m}\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{n}\boldsymbol{x}_1\}\{\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}\}$$

$$\boldsymbol{Y} = \backslash \boldsymbol{frac}\{\boldsymbol{m}\boldsymbol{y}_2 + \boldsymbol{n}\boldsymbol{y}_1\}\{\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}\}$$

### Ejemplo práctico 1:

Consideremos los puntos $A(2, 3)$ y $B(8, 7)$, y queremos dividir el segmento en una razón $2: 3$

1. Coordenada X:

$$\boldsymbol{X} = \backslash \boldsymbol{frac}\{(2)(8) + (3)(2)\}\{2 + 3\} = \backslash \boldsymbol{frac}\{16 + 6\}\{5\} = \backslash \boldsymbol{frac}\{22\}\{5\} = 4.4$$

2. Coordenada Y:

$$\boldsymbol{Y} = \backslash \boldsymbol{frac}\{(2)(7) + (3)(3)\}\{2 + 3\} = \backslash \boldsymbol{frac}\{14 + 9\}\{5\} = \backslash \boldsymbol{frac}\{23\}\{5\} = 4.6$$

Por lo tanto, el punto **P** que divide el segmento **AB** en una razón de 2:3 tiene las coordenadas P (4.4, 4.6).

## Ejemplo práctico 2:

Supongamos que queremos dividir el segmento entre los puntos $C(1,-1)$ y $D(7,5)$ en una razón 1:4

1. Coordenada X:

$$\boldsymbol{X} = \frac{(1)(7) + (4)(1)}{1 + 4} = \frac{7 + 4}{5} = \frac{11}{5} = \mathbf{2.2}$$

2. Coordenada Y:

$$\boldsymbol{Y} = \frac{(1)(5) + (4)(-1)}{1 + 4} = \frac{5 - 4}{5} = \frac{1}{5} = \mathbf{0.2}$$

El punto **P** que divide el segmento **CD** en una razón de **1**:4 tiene las coordenadas P (2.2, 0.2).

### Aplicaciones:

La división de segmentos en una razón dada tiene aplicaciones prácticas en:

- Arquitectura y diseño, donde es importante dividir distancias en proporciones exactas para garantizar la estabilidad y estética de las estructuras.

- Electrónica, para dividir la corriente o voltaje en proporciones específicas en circuitos.

- Arte y diseño gráfico, para crear composiciones equilibradas y proporcionadas.

## Conclusión

El estudio de la geometría analítica, específicamente la distancia entre dos puntos y la división de un segmento en una razón dada, es esencial para resolver problemas relacionados con la medición y la proporción en el espacio. La fórmula para calcular la distancia entre dos puntos en un plano cartesiano se basa en principios fundamentales del teorema de Pitágoras y permite medir con precisión la separación entre dos ubicaciones. Por su parte, la división de un segmento en una razón dada facilita el diseño y la construcción de estructuras proporcionadas de manera correcta.

Ambos conceptos tienen un gran impacto en campos como la ingeniería, el diseño gráfico, la arquitectura y la física. Ya sea para medir distancias exactas o para dividir segmentos en proporciones precisas, estas herramientas matemáticas simplifican problemas que serían complicados de resolver sin ellas. El análisis geométrico a través de coordenadas también abre nuevas posibilidades para el diseño y la optimización de estructuras, rutas y modelos, lo que hace que la geometría analítica sea una herramienta versátil y poderosa.

## Bibliografía

- Stewart, J. (2012). *Cálculo: Conceptos y Contextos*. Cengage Learning.

- Larson, R., & Edwards, B. H. (2008). *Cálculo y Geometría Analítica*. McGraw-Hill.

- Martínez, A. (2015). *Introducción a la Geometría Analítica*. Fondo de Cultura Económica.

- Anton, H., & Rorres, C. (2010). *Álgebra Lineal con Aplicaciones*. Prentice Hall.

- Valdés, P. (2014). *Geometría Analítica y Aplicaciones*. Editorial Universitaria.