

NOMBRE DEL ALUMNO	FRANCISCO LOPEZ ARGUETA
MATERIA:	ECUACIONES DIFERENCIALES
TEMA:	SUPER NOTA
PROFESOR:	ANDRES ALEJANDRO REYES MOLINA

La transformada de Laplace constituye un método excelente para la resolución de ecuaciones diferenciales, en concreto, las de coeficientes constantes. A modo de resumen podemos describir el procedimiento del método de resolución de ecuaciones diferenciales por la transformada de Laplace en: aplicar la transformada de Laplace a la ecuación diferencial obteniendo así una ecuación algebraica en el espacio de Laplace; resolvemos dicha ecuación algebraica para posteriormente aplicarle a la solución de la misma la transformada inversa de Laplace, obteniendo así la solución de la ecuación diferencial inicial.

Resolución de Ecuaciones Diferenciales Homogéneas Lineales

Las ecuaciones diferenciales homogéneas lineales son aquellas en las que todas las funciones que aparecen son lineales y la solución es una función que satisface la ecuación y sus condiciones iniciales. Estas ecuaciones tienen una solución general que se puede expresar como una combinación lineal de funciones exponenciales.

Para resolver una ecuación diferencial homogénea lineal, se debe primero encontrar la solución general y luego aplicar las condiciones iniciales para obtener la solución

particular. La solución general es una combinación lineal de las soluciones individuales, que se pueden encontrar utilizando la técnica de sustitución.

Por ejemplo, para la ecuación diferencial homogénea lineal:

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

Se puede asumir una solución de la forma:

$$y = e^{rt}$$

Donde r es una constante. Luego se deriva dos veces y se sustituye en la ecuación original:

$$y'' = r^2 e^{rt}$$

$$y' = r e^{rt}$$

Al sustituir, se obtiene la siguiente ecuación:

$$r^2 e^{rt} - 3r e^{rt} + 2e^{rt} = 0$$

Que se puede factorizar para obtener:

$$(r-1)(r-2)e^{rt} = 0$$

Por lo que las soluciones son:

$$y_1 = e^t$$

$$y_2 = e^{2t}$$

Y la solución general es:

$$y = c_1 e^t + c_2 e^{2t}$$

Solución general a una ecuación lineal no homogénea

Considerar la ecuación diferencial lineal no homogénea

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = r(x).$$

La ecuación homogénea asociada

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$$

se llama la *ecuación complementaria*. Veremos que resolver la ecuación complementaria es un paso importante para resolver una ecuación diferencial no homogénea.

Una solución $y_p(x)$ de una ecuación diferencial que no contiene constantes arbitrarias se denomina *solución particular* a la ecuación.

Solucionando Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden.

Las ecuaciones diferenciales de segundo orden son una de las herramientas más importantes en la matemática aplicada. Estas ecuaciones aparecen en una gran variedad de problemas físicos y de ingeniería, y su solución es crucial para entender el comportamiento de sistemas dinámicos.

En esta presentación, exploraremos las principales características de las ecuaciones diferenciales de segundo orden, incluyendo su definición, tipos de soluciones y métodos de resolución. Además, discutiremos algunas de las aplicaciones más comunes de estas ecuaciones en la física, la ingeniería y otras áreas de la ciencia.

Las ecuaciones de segundo orden son aquellas que involucran la derivada de segundo orden de una función incógnita. La forma general de una ecuación de segundo orden es:

$$d^2y/dx^2 = f(x,y,dy/dx)$$

donde y es la función incógnita, $f(x,y,dy/dx)$ es una función conocida que describe cómo cambia y en función de x , y y dy/dx , y d^2y/dx^2 es la segunda derivada de y con respecto a x . Para resolver una ecuación de segundo orden, es necesario encontrar una función $y(x)$ que satisfaga la ecuación.

Por ejemplo, consideremos la ecuación de segundo orden:

$$d^2y/dx^2 + 2dy/dx + 5y = 0$$

Podemos resolver esta ecuación utilizando el método de solución de ecuaciones diferenciales homogéneas, que consiste en asumir que la solución es de la forma $y = e^{(mx)}$ y luego encontrar los valores de m que satisfacen la ecuación. En este caso, podemos escribir:

$$m^2 e^{(mx)} + 2m e^{(mx)} + 5e^{(mx)} = 0$$

Dividiendo ambos lados por $e^{(mx)}$, obtenemos la **ecuación característica**:

$$m^2 + 2m + 5 = 0$$

Resolviendo esta ecuación mediante la fórmula cuadrática, encontramos que:

$$m = -1 \pm 2i$$

Por lo tanto, la solución general de la ecuación diferencial es:

$$y = c_1 e^{-x} \cos(2x) + c_2 e^{-x} \sin(2x)$$

donde c_1 y c_2 son constantes de integración determinadas por las condiciones iniciales del problema.

Resolver estas ecuaciones requiere conocimientos y técnicas matemáticas avanzadas, pero una vez que se dominan, pueden usarse para predecir y controlar el comportamiento de sistemas complejos.

Ecuaciones diferenciales de orden superior

Las ecuaciones diferenciales de orden superior son aquellas que involucran una función y sus n primeras derivadas, donde n es un número entero mayor que dos. Estas ecuaciones son más complejas que las ecuaciones de segundo orden, pero también se pueden resolver utilizando técnicas específicas.

Un ejemplo de ecuación diferencial de orden superior es:

$$y''' + 2y'' + y' + y = 0$$

Esta ecuación se puede resolver utilizando el método de la ecuación característica, que implica encontrar las raíces de la ecuación polinómica asociada.

Cada tipo requiere técnicas específicas para su resolución, pero con práctica y conocimiento de las herramientas matemáticas adecuadas, se pueden resolver con éxito.