# SUPER NOTA

MATERIA: CALCULO DIFERENCIAL

TEMA:TEOREMA DE EXISTENCIA Y UNICIDAD

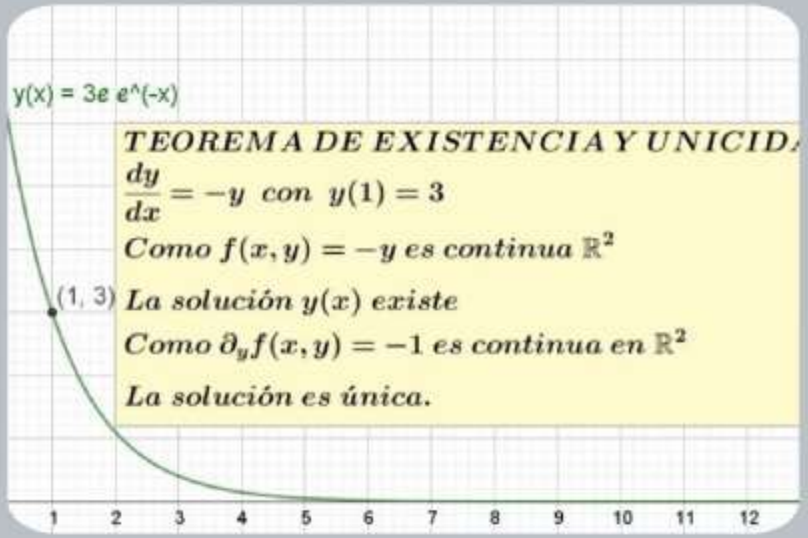
NOMBRE DEL DOCENTE: ANDRES ALEJANDRO REYES MOLIBNA

NOMBRE DEL ALUMNO: ERICK DANIEL GALLEGOS

18/JUN/2024

# TEOREMA DE EXISTENCIA Y UNICIDAD.
# ECUACIÓN LINEAL DE CAUCHY-EULER.

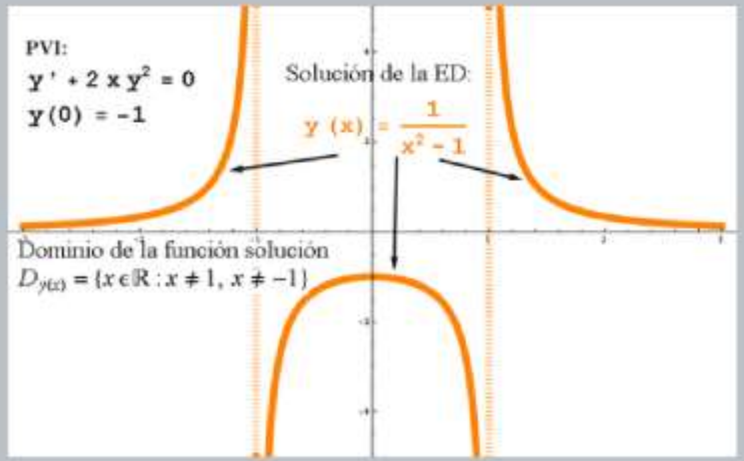
El teorema de existencia y unicidad establece las condiciones necesarias y suficientes para que una ecuación diferencial de primer orden, con condición inicial dada, tenga una solución y que además dicha solución sea la única.



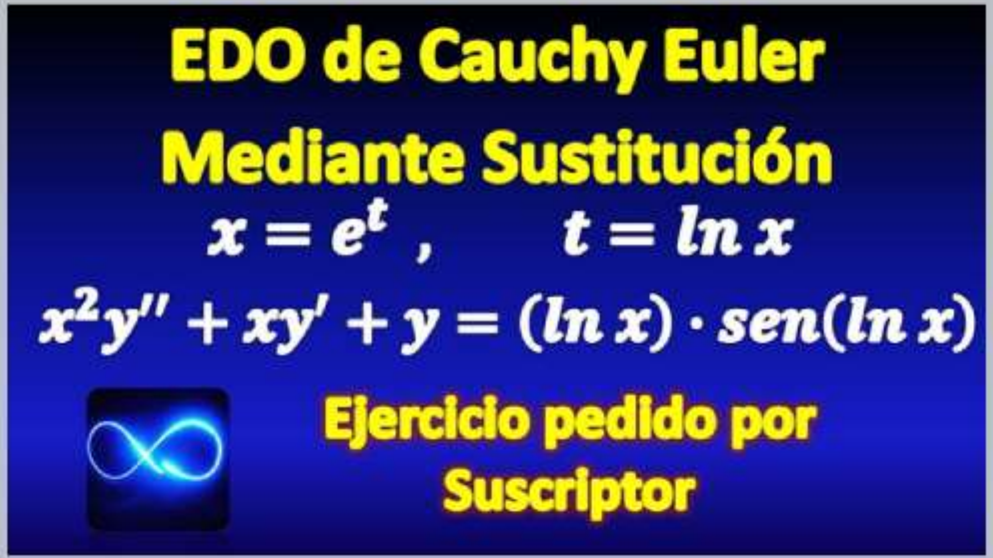

Para este teorema se conocen dos demostraciones posibles, una de ellas es la demostración de Charles Émile Picard (1856-1941) y la otra se debe a Giuseppe Peano (1858-1932) basado en los trabajos de Augustin Louis Cauchy (1789-1857).

"Para una ecuación diferencial y'(x) = f(x,y) con condición inicial y(a) = b, existe al menos una solución en una región rectangular del plano XY que contiene al punto (a,b), si f(x,y) es continua en dicha región. Y si la derivada parcial de f respecto de y: g = ∂f/ ∂y es continua en esa misma región rectangular, entonces la solución es única en un entorno del del punto (a,b) contenido en la región de continuidad de f y g."

La utilidad de este teorema radica primero en conocer cuáles son las regiones del plano XY en las que puede existir una solución y además, saber si la solución encontrada es la única posible o si existen otras.




Sin embargo el teorema no da ninguna técnica ni indicación de cómo hallar tal solución. El teorema de existencia y unicidad se extiende también a ecuaciones diferenciales de orden superior con condiciones iniciales, lo que se conoce como problema de Cauchy.




as soluciones de las ecuaciones de Cauchy-Euler se pueden encontrar usando la ecuación característicaar(r−1)+br+c=0ar(r−1)+br+c=0

Al igual que la ecuación diferencial de coeficiente constante, tenemos una ecuación cuadrática y la naturaleza de las raíces vuelve a conducir a tres clases de soluciones. Si hay dos raíces reales y distintas, entonces la solución general toma la formay(x)=c1xr1+c2xr2y(x)=c1xr1+c2xr2

Para dos raíces reales y distintas, la solución general toma la formay(x)=c1xr1+c2xr2.

# MÉTODOS DE COEFICIENTES INDETERMINADOS PARA CALCULAR LA INTEGRAL PARTICULAR

Considerar la ecuación diferencial lineal no homogénea

a2(x)y''+a1(x)y'+a0(x)y=r(x).$a2(x)y''+a1(x)y'+a0(x)y=r(x)$.

La ecuación homogénea asociada

a2(x)y''+a1(x)y'+a0(x)y=0$a2(x)y''+a1(x)y'+a0(x)y=0$

se llama la *ecuación complementaria*. Veremos que resolver la ecuación complementaria es un paso importante para resolver una ecuación diferencial no homogénea.


El Método de Coeficientes Indeterminados es una técnica utilizada en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas
Este método es especialmente útil cuando la función no homogénea se puede expresar como una combinación lineal de funciones exponenciales, polinomios, senos o cosenos.


A continuación, presentaremos algunos ejercicios resueltos paso a paso utilizando el método de los coeficientes indeterminados:

Ejercicio 1:
Resolver la siguiente ecuación diferencial: y» – 3y' + 2y = e^2x
Solución:
1. Asumimos que la solución particular tiene la forma y_p = Ae^2x, donde A es un coeficiente indeterminado.
2. Sustituimos esta función en la ecuación diferencial y obtenemos: (4A – 6A + 2Ae^2x) = e^2x.

# MÉTODO DE VARIACIÓN DE PARÁMETROS.

Dos métodos
Hay dos métodos principales para resolver ecuaciones como esta
d2ydx2 + P(x)dydx + Q(x)y = f(x)

Variación de Parámetros
Para simplificar las cosas, solo miraremos el caso:
d2ydx2 + pdydx + qy = f(x)
cuando p y q son constantes y f(x) es una función de x distinta de cero.
La solución completa a tal ecuación se puede encontrar combinando dos tipos de solución:

1. La solución general de la ecuación homogénea d2ydx2 + pdydx + qy = 0
2. Soluciones particulares de la ecuación no-homogénea d2ydx2 + pdydx + qy = f(x)

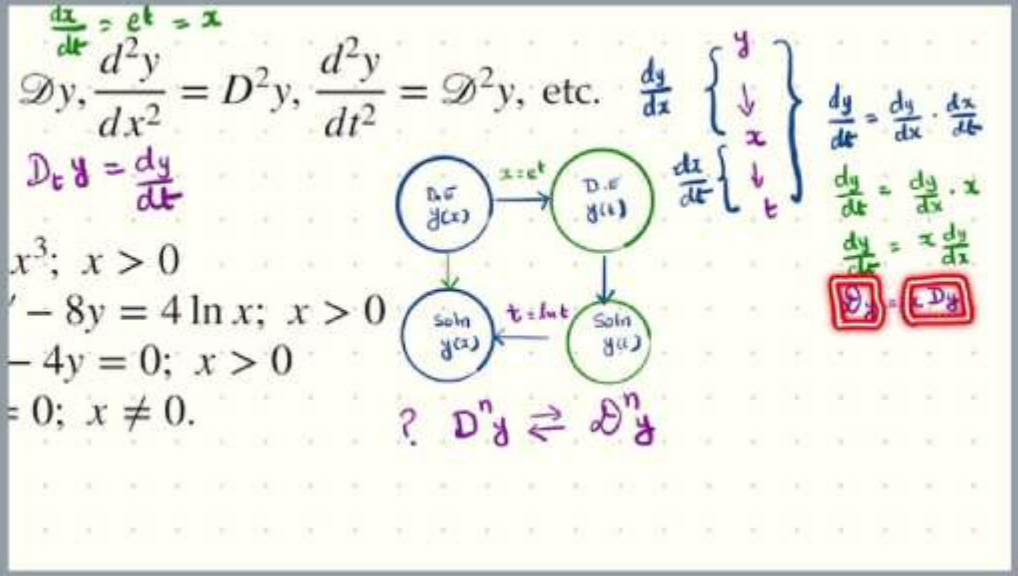
Toma en cuenta que f(x) podría ser una sola función o una suma de dos o más funciones.

Una vez que hayamos encontrado la solución general y todas las soluciones particulares, la solución completa se encuentra sumando todas las soluciones.

$$u_1 = -\int \frac{y_2 f(x)}{W}\,dx$$

$$u_2 = \int \frac{y_1 f(x)}{W}\,dx$$

En matemáticas, la variación de parámetros, también conocida como variación de constantes, es un método general ideado por joseph-louis de Lagrange para resolver ecuciones diferenciales e integrales no homogéneas.




La variación de parámetros también se aplica en ecuaciones diferenciales parciales. Específicamente, se hace en problemas con ecuaciones diferenciales no homogéneas como lo son la ecuacion de calor la ecuacion de calor y la ecuación de l plataformo yiforma.

# BIBLIOGRAFIA


- https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Ecuaciones_diferenciales/Un_Primer_Curso_en_Ecuaciones_Diferenciales_para_Cient%C3%ADficos_e_Ingenieros_(Herman)/02%3A_ODEs_de_segundo_orden/2.05%3A_Ecuaciones_de_Cauchy-Euler
  - https://www.disfrutalasmatematicas.com/calculo/ecuaciones-diferenciales-variacion-parametros.html
  - https://es.wikipedia.org/wiki/Variaci%C3%B3n_de_par%C3%A1metros
  - https://www.lifeder.com/teorema-existencia-unicidad/
- https://plataformaeducativauds.com.mx/assets/docs/libro/ISC/e7f5187c6e54e05983f471bd45138c6f-LC-ISC301%20Ecuaciones%20Diferenciales.pdf