Resumen

Marla Mariela Santiz Hernández

Parcial I

Biomatematicas I

Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís

Medicina Humana

Segundo Semestre Grupo C

Comitán de Domínguez, Chiapas a 15 de marzo del 2024

Concepto de limite

Limite proviene del latín limes, que significa ''borde''y se suele utilizar para marcar el fin de algo. Es un concepto de uso frecuente y tiene diferentes acepciones y significados de acuerdo al ámbito de aplicación.

Otros usos del término '' limite''

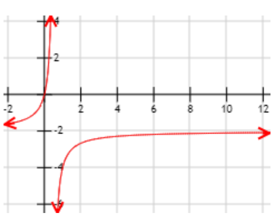
Geografía: Se llama limite a la línea real o imaginaria que separa dos territorios contiguos, como países, continentes o provincias.

Matemáticas: Se usa en el análisis matemático para hacer referencia a la magnitud fija a la que se acercan los términos de una determinación secuencia.

Psicología: Se usa para identificar las represiones que tienen las personas hacia su interior por algunas causa impuesta o personal.

Comercio: Se habla de sociedad de responsabilidad limitada o sociedad limitada para referirse al tipo de sociedad mercantil compuesta por un número limitado de socios que participan de igual valor y en la cual la responsabilidad está limitada al capital.

Publicidad: Se habla de promociones por tiempo limitado cuando estas se extienden en un lapso determinado del tiempo.



Límite de una función

Se utiliza en el cálculo diferencial matemático y refiere a la cercanía entre un valor y un punto.

Propiedades de los limites

Son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una función mas complejas. Al tratarse de operaciones, también se le denomina álgebra de los límites.
Sean f(x) y g(x) dos funciones definidas en un mismo intervalo en donde está el valor a del límite y k una constante.

Unicidad del límite: cuando el límite existe, el límite es único

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a} f(x) = L$$

Propiedad de la suma: el límite de la suma es la suma de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$$

Propiedad de la resta: el límite de la resta es la resta de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$$

Propiedad del producto: el límite del producto es el producto de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

Propiedad de la función constante: el límite de una función constante es esta misma constante.

$$\lim_{x \to a} k = k$$

Propiedad del factor constante: en un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.

$$\lim_{x \to a} [k \cdot f(x)] = k \cdot \lim_{x \to a} f(x)$$

Propiedad del cociente: el límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.

$$\lim_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} \;;$$

Propiedad de la función potencial: el límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente:

$$\lim_{x \to a} [f(x)^k] = \left[\lim_{x \to a} f(x)\right]^k$$

Propiedad de la raíz: el límite de una raíz, es la raíz del límite:

$$\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)}$$

si el índice n es par, debe ser $\lim_{x \to a} f(x) > 0$

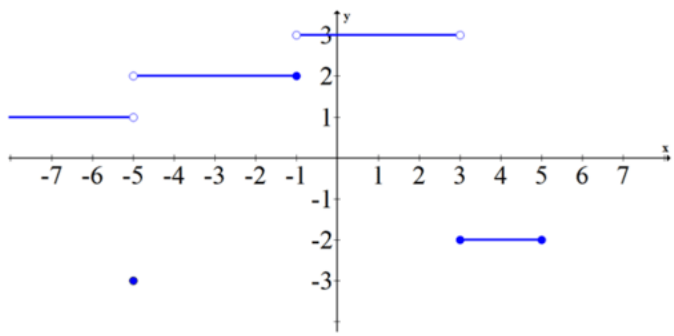
Propiedad de la función logarítmica: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

$$\lim_{x\to a}[log_k f(x)] = log_k\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$$

Un límite unilateral

se puede evaluar ya sea desde la izquierda o desde la derecha. Dado que la izquierda y la derecha no son direcciones absolutas, una forma más precisa de pensar la dirección es “desde el lado negativo” o “desde el lado positivo”. La notación para estos límites unilaterales es:

$\lim x\to a^- f(x), \lim x\to a^+ f(x)$



El negativo en el superíndice de no a es un exponente. En cambio indica desde el lado negativo. De igual manera el superíndice positivo no es un exponente, solo significa desde el lado positivo. Al evaluar límites unilaterales, no importa lo que esté haciendo la función en el punto real o lo que la función esté haciendo en el otro lado del número.

Calculo de limite

En la rama matemática conocida como cálculo, el límite es un concepto fundamental que juega un papel vital en el análisis del comportamiento de la función en un punto específico. Se puede definir como “el valor al que se aproxima una función a medida que la variable independiente se acerca más y más al punto específico”.

El cálculo de límites es una rama crucial del cálculo que forma la base para los otros conceptos avanzados y ramas del cálculo. Esta rama del cálculo también juega un papel importante en sucesiones, sumatorias, series, etc.

Definición de límite al infinito

El símbolo ∞ no representa un número real. En cambio, ∞ describe el comportamiento de los valores de la función $f(x)$ que se hacen más y más grandes, al igual que $-\infty$ describe el comportamiento de una función que se hace más y más negativa.

¿Cómo calcular límites infinitos?

Hay tres maneras sencillas de calcular los límites al infinito:

1. Por representación gráfica
   Si observas la gráfica, te podrás dar cuenta de que conforme X avanza hacia números más grandes, el valor de Y se hace más pequeño; en este caso, podemos decir que se acerca a cero.

2. Por sustitución

Valores de x y f(x) para la función 1/x.

Que nuestro valor se acerca a y=0, conforme x→∞. Podríamos seguir sustituyendo números y veríamos que el número se hace cada vez más pequeño. Por ejemplo, x=100 nos daría y=0,01.

3. Por deducción

Sabemos que x crece y, por lo tanto, cualquier número que divida a uno producirá un número cada vez más pequeño. En este caso, estamos usando **la** lógica básica y deduciendo.

Propiedades de los límites al infinito

1. Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$, entonces $\lim_{x\to\infty} f(x)g(x) = \infty$.

2. Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$, entonces $\lim_{x\to\infty} f(x) - g(x) = \infty - \infty$. Esta es una indeterminación y se tienen que reordenar los términos de las funciones para poder resolver el límite.

3. Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$, entonces $\lim_{x\to\infty} f(x) + g(x) = \infty + \infty = \infty$.

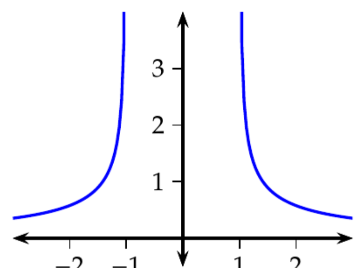
4. Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$, entonces $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$. Esta es una indeterminación y se debe aplicar la regla de L'Hôpital.

5. Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ y k es una constante, entonces $\lim_{x\to\infty} k \cdot f(x) = k \cdot \infty = \infty$.

Continuidad

La continuidad requiere que el comportamiento de una función alrededor de un punto sea igual al valor de la función en ese punto.

Esto implica que la función no tiene discontinuidades abruptas en su gráfica y que los valores de la función se acercan gradualmente a medida que los valores de x se acercan.



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Derivadas

La derivada resulta fundamental en muchas situaciones de la vida cotidiana. En este curso utilizamos derivadas para estudiar el comportamiento de las funciones. Estudiaremos los intervalos de crecimiento, de decrecimiento, los máximos y mínimos relativos y absolutos, los intervalos de concavidad y convexidad, así como los puntos de inflexión. Veremos que las derivadas también sirven para resolver problemas de optimización, es decir, conseguir el valor óptimo de una función sujeta a ciertas condiciones.

La derivada de un función en un punto x ∈ R, que se denota por f 0 (x), es f 0 (x) = lim h→0 f(x + h) − f(x) h , cuando el lımite exite. Se dice entonces que la función es derivable en el punto x.

La primera derivada de una función *y = f(x)*, puede expresarse en cualquiera de las formas siguientes:

$$y' \qquad f'(x) \qquad \frac{dy}{dx} \qquad D_x y$$

Propiedades de la derivada de una función

Las propiedades de la derivada, esenciales en cálculo, son reglas matemáticas que simplifican el cálculo de la derivada de una función. Las más destacadas incluyen la linealidad, que establece que la derivada de una suma o resta de funciones es la suma o resta de las derivadas individuales; la regla del producto y del cociente, que ofrecen fórmulas para derivar productos y cocientes de funciones respectivamente; y la regla de la cadena, crucial para derivar funciones compuestas.

Reglas de derivación.

• Derivada de una suma o diferencia de funciones: (f(x) ± g(x))0 = f 0 (x) ± g 0 (x).

• Derivada de una constante por un función: (cf(x))0 = cf0 (x).

• Derivada de un producto de dos funciones: (f(x)g(x))0 = f 0 (x)g(x) + f(x)g 0 (x).

• Derivada de un cociente de dos funciones:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}, \qquad \text{si } g(x) \neq 0 .$$

La derivada de una función logarítmica

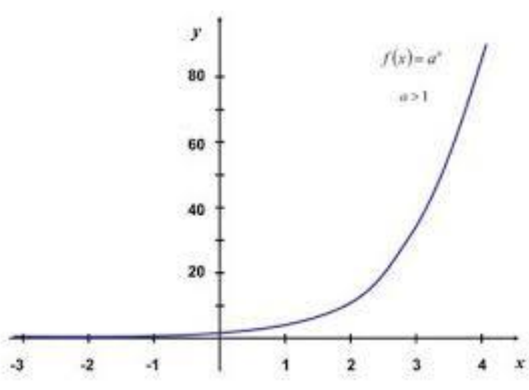
Fórmula general f (x) = $\log_a$ u(x), se obtiene como el cociente de la derivada de u (x) por la propia función u (x) y todo ello multiplicado por el logaritmo en base a del número e. Esta fórmula se simplifica para los logaritmos neperianos, ya que $\log_e e = 1$.

$$f(x) = \log_a u(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \cdot \log_a e.$$

derivar una función exponencial

Expresión general f (x) = $a^{u(x)}$, se multiplica la propia función por la derivada del exponente, y todo ello multiplicado por el logaritmo neperiano de la base. Como caso particular, hay que resaltar que la función y = e^x tiene como derivada ella misma (y¿ = e^x).

$$f(x) = a^{u(x)} \Rightarrow f'(x) = a^{u(x)} \cdot u'(x) \cdot \ln a.$$



Bibliografía

(15 de septiempre de 2020). Obtenido de Manual de calculo: https://aprendeconalf.es/docencia/calculo/manual/limites-continuidad/

castillo, M. a. (s.f.). Obtenido de Recurso de matematicas en linea: https://matematicaenlinea.com/recursos/basica2/limites/limites-infinitos/

iraeta, I. (1 de noviembre de 2022). *Limites*. Recuperado el 8 de marzo de 2024, de https://concepto.de/limite/

matematicas material. (s.f.). Obtenido de http://www.cepb.una.py/web/images/pdf/2020/ejercitarios2/3H/3CursoMatematicaMATERIAL.pdf

Matematicas once. (septiembre de 2016). Obtenido de https://matematicasoncejulio.blogspot.com/p/limites-unilaterales.html

Study smarter. (s.f.). Obtenido de https://www.studysmarter.es/resumenes/matematicas/analisis-matematico/limites-infinitos/

touch, M. (s.f.). *Libre tex español*. Obtenido de https://espanol.libretexts.org/Educacion_Basica/Analisis/08%3A_Introducci%C3%B3n_al_C%C3%A1lculo/8.01%3A_L%C3%ADmites_en_C%C3%A1lculo/8.1.02%3A_L%C3%ADmites_unilaterales