



Mi Universidad

Resumen

Jesús Santiago Méndez Trejo

Primer parcial

Biomatemáticas

Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís

Medicina humana

Segundo semestre, grupo "C"

Comitán de Domínguez, Chiapas a 17 de marzo del 2024

Resumen

Durante el siguiente texto abordare sobre los diversos temas conceptualizados de la asignatura de biomatemáticas durante el primer parcial del segundo semestre en la licenciatura de medicina humana.

Desde las culturas más antiguas; los egipcios, romanos, mayas, griegos, chinos, hasta nuestros días, la interpretación de los diversos aspectos en la vida y la naturaleza fue la búsqueda constante de la raza humana, el lenguaje numérico nos dio la posibilidad de dar interpretación de los conceptos más simples a los más complejos, difícilmente habrá alguna disciplina que no requiera el uso alguno de las matemáticas, y la medicina no es la excepción, las biomatemáticas buscan dar interpretación a todos los aspectos biológicos de un organismo a través del lenguaje matemático, es por ello, que el entendimiento de los siguientes conceptos es esencial.

Limites

El límite de una función $f(x)$, cuando $x \rightarrow a$ es el valor de la función cuando se toman valores sucesivos de x , cada vez más cercanos a “ a ”, por la derecha y por la izquierda que resulta ser la ordenada del punto de abscisa “ a ” exista o no en la gráfica el punto $(a, f(a))$ “con la función equivalente”

Propiedades de los límites

Las propiedades de los límites son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una función más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina álgebra de los límites. Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones definidas en un mismo intervalo en donde está el valor a del límite y k una constante

- Unicidad del límite

Cuando el límite existe, el límite es único.

- Propiedad de la suma

El límite de la suma es la suma de los límites.

- Propiedad de la resta

El límite de la resta es la resta de los límites.

- Propiedad del producto

El límite del producto es el producto de los límites

- Propiedad de la función constante

El límite de una función constante es esta misma constante.

- Propiedad del factor constante

En un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.

- Propiedad del cociente

El límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.

- Propiedad de la función potencial

El límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente.

- Propiedad de la función exponencial

El límite de una función exponencial es la potencia de la base elevada al límite de la función exponente.

- Propiedad de la función potencial exponencial

El límite de una función potencial exponencial, es la potencia de los límites de las dos funciones.

- Propiedad de la raíz

El límite de una raíz, es la raíz del límite.

- Propiedad de la función logarítmica

El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

Limites unilaterales

Hay casos en que las funciones no están definidas (en los reales) a la izquierda o a la derecha de un número determinado, por lo que el límite de la función cuando x tiende a dicho número, que supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.

Límite unilateral por la derecha:

Sea f una función definida en todos los números del intervalo abierto (a, c) . Entonces, el límite de $f(x)$, cuando x se aproxima a “ a ” por la derecha es L .

Límite unilateral por la izquierda:

Sea f una función definida en todos los números de (d, a) . Entonces, el límite de $f(x)$, cuando x se aproxima a a por la izquierda es L .

Calculo de límites

1. Factorización.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 6x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x \cdot (2x^2 - 3x)}{2x} = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{5-3} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - x - 2}{3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3x+2)(x-1)}{3x+2} = 3 - 1 = 2$$

La factorización, en el primer caso ha sido por factor común, en el segundo, por diferencia de cuadrados y en el tercero, hallando las raíces de un polinomio de segundo grado.

Para calcular el límite de una función con radicales, se multiplica el término con la raíz por su conjugado (suma por diferencia es igual a la diferencia de cuadrados).

2. Límite de funciones exponenciales

Una función exponencial es del tipo: $f(x) = k^x$, siendo k un número positivo diferente de 1.

La variable de la función está en el exponente.

Si k es mayor que 1 ($k > 1$), la función exponencial es continua y estrictamente creciente en el dominio de los números reales. Si, por el contrario, k es menor que 1 ($k < 1$), la función es estrictamente decreciente.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} k^x &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} k^x &= k^{-\infty} = \frac{1}{k^{\infty}} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} k^x &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} k^x &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} k^x &= k^{+\infty} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} k^x &= 1\end{aligned}$$

3. Limites indeterminados

Los límites indeterminados (o indeterminaciones) no indican que el límite no exista, sino que no se puede anticipar el resultado.

Se tendrán que hacer operaciones adicionales para eliminar la indeterminación y averiguar entonces el valor del límite (en el caso de que exista). Ese valor puede ser un número finito, incluido el cero, o $+\infty$ o bien $-\infty$.

Aparecen indeterminaciones cuando, al sustituir la variable (x) de la expresión por el valor del límite al que tiende ésta, se convierte en uno de los casos siguientes:

$$\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \infty^0, 0^0$$

Pero no serán indeterminaciones cuando, al realizar la sustitución mencionada de la variable por el valor de su límite, aparecen resultados como estos, siendo m un valor finito diferente de cero:

$$\frac{\infty}{m} = \pm\infty, \quad \frac{m}{\infty} = 0, \quad \frac{0}{m} = 0, \quad \frac{m}{0} = \pm\infty$$

Límites al infinito

Se dice que existe **límite infinito** cuando la función $f(x)$ llega a valores que crecen continuamente, es decir que se puede hacer la función tan grande como queramos. Se dice que $f(x)$ diverge a infinito. Para ello, el valor al que tienda la variable independiente x puede ser tanto a un número finito, como tender al infinito (límites al infinito).

1. Límite = $+\infty$ cuando $x \rightarrow a$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ existe un entorno pequeño alrededor de a en el que se cumple que $f(x) > f(a)$.

2. Límite = $-\infty$ cuando $x \rightarrow a$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ existe un entorno pequeño alrededor de a en el que se cumple que $f(x) < f(a)$.

3. Límite = $+\infty$ cuando $x \rightarrow +\infty$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ positivo, por muy grande que sea, (siendo $a > 0$), siempre encontraremos otro $f(b)$ tal que si $b > a$ entonces $f(b) > f(a)$.

4. Límite = $+\infty$ cuando $x \rightarrow -\infty$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ positivo, por muy grande que sea, (siendo $a < 0$), siempre encontraremos otro $f(b)$ tal que si $b < a$ entonces $f(b) > f(a)$.

5. Límite = $-\infty$ cuando $x \rightarrow +\infty$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ negativo, por muy grande que sea en su valor absoluto, (siendo $a > 0$), siempre encontraremos otro $f(b)$ tal que si $b > a$ entonces $f(b) < f(a)$.

6. Límite = $-\infty$ cuando $x \rightarrow -\infty$

Para cualquier valor de la función $f(a)$ positivo, negativo, por muy grande que sea en su valor absoluto, (siendo $a < 0$), siempre encontraremos otro $f(b)$ tal que si $b < a$ entonces $f(b) < f(a)$.

Continuidad

Una función f es continua en a si y sólo si se cumplen las siguientes tres condiciones:

1. $f(a)$ existe.
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe.
3. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Si f no es continua en a , entonces se dice que f es discontinua en a y a se denomina punto de discontinuidad de f

Se dice que una función tiene discontinuidad infinita en a cuando al menos uno de los límites laterales es ∞ o $-\infty$ a medida que $x \rightarrow a$. De aquí que f tenga una discontinuidad infinita en $x = 0$.

$$\text{Sea } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Derivadas

La derivada se entiende como la variación que experimenta la función de forma instantánea, es decir, entre cada dos puntos de su dominio suficientemente próximos entre sí. La idea de instantaneidad que transmite la derivada posee múltiples aplicaciones en la descripción de los fenómenos científicos, tanto naturales como sociales.

Reglas

1. La derivada de una constante

Según lo que hemos descubierto anteriormente la derivada de una constante es cero.

2. La derivada de una potencia entera positiva

Como ya sabemos, la derivada de x^n es $n x^{n-1}$

3. La derivada de una constante por una función.

Para derivar una constante por una función, es decir $cf(x)$, su derivada es la constante por la derivada de la función, o $cf'(x)$

4. La derivada de una suma

La regla para la derivada de una suma es $(f+g)'=f'+g'$, es decir, la derivada de una suma de funciones es la suma de las derivadas de cada uno de los términos por separado.

5. La derivada de un producto

"La derivada de un producto de dos funciones es la primera, por la derivada de la segunda, más la segunda por la derivada de la primera".

6. La derivada de un cociente

La derivada de un cociente de dos funciones es (la segunda, por la derivada de la primera, menos la primera por la derivada de la segunda) entre la segunda al cuadrado

7. La regla de la cadena

Después de factorizar la derivada, en cada caso se obtiene la misma función pero con el exponente disminuido en 1, multiplicada por un factor que es igual al producto del exponente original por la derivada de la función base.

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x + 5)^2 &= 9x^2 + 30x + 25 \\ f'(x) &= 18x + 30 &= 6(3x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x + 5)^3 &= 27x^3 + 135x^2 + 225x + 125 \\ f'(x) &= 81x^2 + 270x + 225 &= 9(3x + 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x + 5)^4 = &81x^4 + 540x^3 + 1350x^2 + 1500x + 625 \\ f'(x) &= 324x^3 + 1620x^2 + 2700x + 1500 = &12(3x + 5)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x + 5)^5 \\ &= 243x^5 + 2025x^4 + 6750x^3 + 11250x^2 + 9375x + 3125 \\ f'(x) &= 1215x^4 + 8100x^3 + 20250x^2 + 22500x + 9375 \\ &= 15(3x + 5)^4 \end{aligned}$$

Bibliografía:

Serra, B. R. (2020, 19 octubre). *Cálculo de límites*. Universo Formulas.

<https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/calculo-limites/>

Límites unilaterales. (s. f.). <https://www.calculo.jcbmat.com/id296.htm>

Introducción a límites (artículo) | Khan Academy. (s. f.). Khan Academy.

<https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-limits-new/ab-1-2/a/limits-intro>

Del movimiento, E. F. Z. de E. E. A. a. las P. A. (s/f). *10 Límites y continuidad*.

Pearsonenespanol.com. Recuperado el 18 de marzo de 2024, de

https://www.pearsonenespanol.com/docs/librariesprovider5/2018-college-open-resources/haeussler/cap10_hae.pdf?sfvrsn=f01ffdb2_0

Rubalcava, C. A. (s. f.). *Reglas de derivación*.

https://www.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Documents/IIT/sterraza/mate2016/DERIVADA/der_reg.html