DERIVADAS

¿QUÉ SON LAS DERIVADAS?

La derivada de una función describe la razón de cambio instantáneo de la función en un cierto punto. Otra interpretación común es que la derivada nos da la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto. Aprende cómo definimos la derivada mediante límites. Conoce un conjunto de reglas muy útiles (como las reglas de potencia, producto y cociente) que nos ayudan a encontrar derivadas rápidamente.

¿PARA QUÉ SIRVEN?

Las derivadas permiten comprender el comportamiento de las funciones matemáticas. Ayudan a identificar los máximos y mínimos de una función, determinar su concavidad, localizar puntos críticos y analizar la tendencia de una función en un intervalo determinado.

Estas se calculan utilizando una fórmula que consiste en número entero por el valor del exponente, posteriormente se resta 1 al exponente, y así obtener una derivada, de una forma sencilla.

DERIVACIÓN IMPLICITA

La derivación implícita es una técnica que se aplica a funciones definidas implícitamente, esto es a funciones definidas por una ecuación en que la variable “y” no está despejada. La ventaja de este método es que no requiere despejar la variable “y” para encontrar la derivada.

En la derivación implícita, diferenciamos cada lado de la ecuación con dos variables (usualmente y al tratar una de la variables como una función de la otra. Esto llama al uso de la regla de la cadena

La regla de la cadena proviene de la técnica de integración por cambio de variables. Es decir, que gracias a esta regla es posible encontrar las derivadas que sean necesarios, ya que podemos encontrar desde la primera derivada, hasta la octava, si eso se necesita.

DIFERENCIACIÓN LOGARÍTIMICA

Cuando se tiene una función que es producto, cociente, potencia o radical de funciones complicadas, se suele emplear la técnica de derivación logarítmica. También se emplea en funciones del tipo función elevada a función, en que la variable está tanto en la base como el exponente.

El método se basa en los siguientes pasos:
1) Tomar logaritmos a ambos miembros, antes de derivar
2) Aplicar propiedades de los logaritmos.
3) Derivar implícitamente.
4) Despejar la derivada.
5) Sustituir *y* por su definición

DERIVADA DE ORDEN SUPERIOR

Es la derivada que resulta de formar una nueva función a partir de una primera derivada. Como ya sabemos, si se tiene una función f, que es derivable, se puede formar una nueva función que se denota por f'. Y como ya vimos antes, se lee primera derivada o *f prima*. De forma sucesiva se pueden obtener más funciones derivadas a partir de la primera, las cuales se van nombrando: *segunda, tercera, cuarta, o n-ésima* derivada.

¿Cuántas veces podemos derivar una función? La respuesta es n-veces o hasta que se tenga como resultado 0. Y será que todas las funciones que se deriven n-veces ¿nos den cero al final? .

Las derivadas de orden superior tienen importantes aplicaciones como el dar información sobre el trazo de la gráfica de una función, la prueba de la segunda derivada para extremos relativos y la determinación de series infinitas.

RAZÓN DE CAMBIO

El concepto de **razón de cambio** se refiere a la medida en la cual una **variable** se **modifica** con relación a otra. Representa lo rápido que ésta cambia cuando cambia la otra.

La razón de cambio más frecuente es la **velocidad**, que se calcula dividiendo un trayecto recorrido por una unidad de tiempo. Esto quiere decir que la velocidad se entiende a partir del vínculo que se establece entre la **distancia** y el **tiempo**. De acuerdo a cómo se modifica la distancia recorrida en el tiempo por el movimiento de un cuerpo, podemos conocer cuál es su velocidad.

Supongamos que un automóvil recorre 100 kilómetros en dos horas. La razón de cambio existente entre ambas variables es **50 kilómetros por hora**. Ese **valor** representa su velocidad, ya que **v = d / t** (velocidad = distancia / tiempo).
A partir del conocimiento de una razón de cambio, es posible desarrollar diferentes cálculos y previsiones. Si conocemos el nivel de contaminación que está llegando a un arroyo a partir del vertido de sustancias químicas por parte de una **industria**, es posible utilizar la razón de cambio para señalar qué

tan rápido se incrementa el **nivel de contaminación**.

- RAZÓN DE CAMBIO PROMEDIO

Se trata de problemas en los cuales estudiamos fenómenos relacionados con la variación de una magnitud que depende de otra, por lo cual es necesaria una descripción y una cuantificación de dichos cambios por medio de gráficas, tablas y modelos matemáticos.

- RAZÓN DE CAMBIO INSTANTANEA

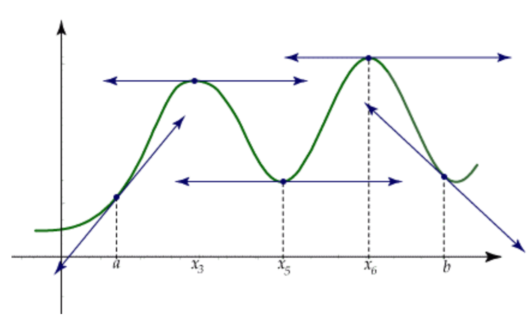
La razón de cambio instantánea también se denomina *segunda derivada* y hace referencia a la velocidad con la cual cambia la pendiente de una **curva** en un momento determinado.

MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE FUNCIONES

Los valores máximos de una función son los valores más altos de esta, mientras que los valores mínimos, como lo dice su nombre, se refiere a los valores más pequeños que dicha función puede tomar; ya sea en un intervalo determinado o de menos infinito a infinito.

Debido a que muchas funciones tienen valores que van desde menos infinito a infinito es más sencillo referirse a los valores como punto máximo relativo y punto mínimo relativo, en estos dos puntos la recta tangente a la curva es completamente horizontal, por lo que su pendiente es igual a 0, aplicando los conocimientos con los que contamos podemos saber que igual, la derivada de la función va a tener el valor de 0. Estos puntos también determinan los intervalos crecientes y decrecientes. Pasos para encontrar los puntos mínimos y máximos:

1. Se obtiene la derivada de la función.
2. Se iguala la derivada a cero para luego resolver la ecuación y así encontrar los valores de x, dichos valores son llamados valores críticos.
3. Se saca la segunda derivada de la función y se evalúa la función con los valores críticos previamente obtenidos. Si el resultado es menor a cero entonces tenemos un **punto máximo** y si es mayor a cero entonces es un **punto mínimo.**
4. Los valores críticos se evalúan en la función original para obtener el valor de "y", así determinamos las coordenadas de dichos puntos.



GRÁFICAS DE DERIVADAS

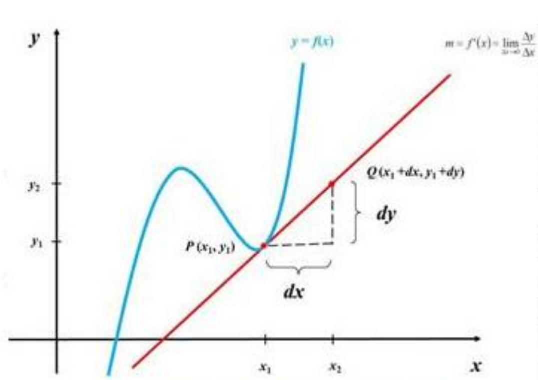
Geométricamente, la derivada de una función f en un punto es el valor de la pendiente de la recta tangente en dicho punto. La pendiente está dada por la tangente del ángulo que forma la recta tangente a la función con el eje de las abscisas, en ese punto.

La derivada de una función mide la tasa de variación de f. Es decir, representa de la noción de la razón de cambio que indica lo rápido que crece o decrece una función en un punto respecto del eje x del plano cartesiano.

Para cada valor de la pendiente de la tangente de la función f, se tiene un valor f'. La gráfica que se forma representa la función derivada.

INTERPRETACIÓN GRÁFICA

Si f es una función, su función derivada f' es la función cuyo valor $f'(x)$ es la derivada de f respecto a x. Su dominio es el conjunto de todas las x en que existe la derivada $f'(x)$. En otras palabras, f' asocia a cada x la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f a x, o la razón instantánea de cambio de f a x.



La derivada es la pendiente m de la recta tangente en el punto P

BIBLIOGRAFÍA

CALCULO DIFERENCIAL. (10 de Agsoto de 2017). Recuperado el 29 de Abril de 2024, de https://calculus502.weebly.com/maacuteximos-y-miacutenimos

CIENCIA EXACTA. (s.f.). Recuperado el 29 de Abril de 2024, de CIENCIA EXACTA: https://marcelomendizabal.wordpress.com/2017/02/26/la-derivada-como-razon-de-cambio/

Espinosa, D. J. (s.f.). *UNAM*. Recuperado el 29 de Abril de 2024, de UNAM: http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/matematicas_VI_12/Applets_Geogebra/graficaderivada.html

Matematicatuya. (s.f.). Recuperado el 29 de Abril de 2024, de https://www.matematicatuya.com/DER/S7.html

- Grado 3: Depresión de 6 mm con desaparición de 1 min
- Grado 4: Depresión 1 cm con persistencia de 2 a 5 min.

EJERCICIOS

1: Px femenino de 60 años con 115 Na, peso 67 K

$$\frac{513 - 115}{34.5} = 11.5 \text{ mEq}$$

1000 mL 11.5 mEq
521.7 mL 6 mEq

Aplicar al px 521.7 mL de solución con Na^+ al 3% en 24 hrs, aplicando 21.7 mL cada hora.

2: Px masculino de 75 años con 122 Na, peso 82 Kg

$$\frac{513 - 122}{42} = 9.3 \text{ mEq}$$

1000 mL 9.3 mEq
645.1 mL 6 mEq

Aplicar al px 645.1 mL de solución con Na^+ al 3% en 24 hrs, aplicando 26.8 mL cada hora.

3- Px masculino de 35 años con 131 Na^+ peso 92 Kg

$$\frac{513 - 131}{56.2} = 6.7 \text{ mEq}$$

1000 mL — 6.7 mEq

895.5 mL — 6 mEq

Aplicar al px 895.5 mL de solución con Na^+ al 3% en 24 hrs, aplicando 37.3 mL cada hora

4- Px femenino de 41 años con 125 Na, peso de 53 Kg

$$\frac{513 - 125}{27.5} = 14.1 \text{ mEq}$$

1000 mL — 14.1 mEq

425.53 mL — 6 mEq

Aplicar al px 425.53 mL de solución con Na^+ al 3% en 24 hrs, aplicando 17.7 mL cada hora

» HIPERNATREMIA

- Aguda o crónica (>48 hrs)
- Na^+ >145 mEq/L
- Hipernatremia = Hipercrónica

Metas de correción

- Crónicos - 12 mEq/L
- Agudos - lo normal

Solución glucosada

Formulas de Adrogue y M

Cambio de Na = $\frac{\text{Na infundido} - \text{Na sérico}}{H_2O \text{ corporal total} + 1}$

Agua corporal total = peso x fracción de agua

Fracción de agua.

Hombres y niños - 0.6

Mujeres - 0.5

Hombres (>65 años) - 0.5

Mujeres (>65 años) - 0.45

EJERCICIOS

1- Masculino de 16 años, 72 Kg, 151 Na^+

$$\frac{0 - 151\ Na^+}{44.2} = 3.41\ mEq$$

3.41 mEq — 1000 mL

6 mEq — 1759.53 mL

Aplicar 1759.53 mL de solución glucosada al 5% en 24 hrs, aplicando 73.3 mL cada hora

2- Femenino de 22 años, 68 Kg, 148 Na

$$\frac{0 - 148\ Na^+}{35} = 4.22\ mEq$$

4.22 mEq — 1000 mL

3 mEq — 710.9 mL

Aplicar 710.9 mL de solución glucosada al 5% en 24 hrs