Resumen

Manuel Alexis Albores López

Parcial I

Biomatemáticas

Dra. Brenda Paulina Ortiz Solis

Licenciatura en Medicina Humana

Segundo Semestre Grupo "C"

Comtán de Domínguez, Chiapas a 17 de marzo de 2024.

LÍMITES

Concepto

El concepto de límite proviene del latín *limes*, que significa "borde", y se suele utilizar para marcar el fin de algo. Un límite nos dice el valor al que una función se aproxima conforme sus valores de entrada se acercan cada vez más a cierto número. El concepto de límite es la base de todo el cálculo. El concepto de "limite" se usa también para establecer el punto máximo al que puede llegar algo o alguien, es decir, es la condición de extremo (de fuerza física o de tiempo, por ejemplo), que no es posible sobrepasar.

El límite es un concepto que describe la tendencia de una función, a medida que los parámetros de ésta se acercan a un determinado valor, es decir, el valor al que tiende la variable dependiente a medida que la variable independiente se acerca un determinado valor.

Propiedades de los límites

Las propiedades de los límites son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una función más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina álgebra de los límites. Sean f(x) y g(x) dos funciones definidas en un mismo intervalo en donde está el valor a del límite y k una constante.

- Unicidad del límite: cuando el límite existe, el límite es único.
- Propiedad de la suma: el límite de la suma es la suma de los límites.
- Propiedad de la resta: el límite de la resta es la resta de los límites.
- Propiedad del producto: el límite del producto es el producto de los límites.
- Propiedad de la función constante: el límite de una función constante es esta misma constante.
- Propiedad del factor constante: en un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.
- Propiedad del cociente: el límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.
- Propiedad de la función potencial: el límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente:
- Propiedad de la raíz: el límite de una raíz, es la raíz del límite:
- Propiedad de la función logarítmica: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

Límites unilaterales

Un límite unilateral es el valor al que tiende una función conforme los valores de x tienden al límite *por un solo lado*.

Por ejemplo, f(x)=|x|/x es igual a -1 para números negativos, 1 para números positivos y no está definida en 0. El límite unilateral *derecho* de f en x=0 es 1, y el límite unilateral *izquierdo* en x=0 es -1.

Cálculo de los límites

Para calcular el límite en un punto específico de una función, se debe evaluar la función en valores cada vez más cercanos a ese punto. De esta manera, se puede obtener una aproximación cada vez más precisa del valor del límite. Es importante tener en cuenta que, en algunos casos, este método no proporciona una solución definitiva.

El cálculo de límites en intervalos es una técnica que se aplica para encontrar el límite de una función en un intervalo específico. Para aplicar esta técnica, se deben evaluar los extremos del intervalo y comparar los valores de la función en esos puntos. Si los valores son iguales, se puede afirmar que el límite existe para ese intervalo. En caso contrario, es necesario evaluar la función en puntos adicionales para determinar la existencia del límite.

El cálculo de límites laterales tiene como objetivo determinar el valor de un límite de función cuando se aproxima el límite desde la izquierda y la derecha. Si el resultado es diferente para cada lado, el límite no existe. Si ambos lados se aproximan al mismo valor, se puede afirmar que el límite existe. Es importante tener en cuenta que, en caso de que el valor de la función sea cero en el punto de interés, es necesario evaluar los valores laterales para determinar la existencia del límite.

El cálculo de límites con formas indeterminadas es una técnica que se aplica en casos donde la función tiene una forma que no permite su evaluación directa. Este tipo de formas incluyen aquellos casos en los que el numerador y/o el denominador se anulan, o cuando la función toma una forma que no permite su evaluación directa. Para resolver este tipo de límites, es necesario aplicar técnicas como la regla de L'Hôpital o el uso de series de Taylor.

Límites al infinito

El límite de una función ($f(x)$) al infinito es el número al que se acercan los valores de la función cuando la variable x tiende a $+\infty$ o a $-\infty$. Las funciones no siempre tienen límite al infinito.

Continuidad

La continuidad es la capacidad de dibujar una función completamente sin levantar tu lápiz del papel. La continuidad en un punto existe cuando los límites de los lados izquierdo y derecho coinciden con la función evaluada en ese punto. Para que toda una función sea continua, la función debe ser continua en cada punto de un dominio ininterrumpido.

DERIVADAS

Concepto

La derivada de una función describe la razón de cambio instantáneo de la función en un cierto punto. Otra interpretación común es que la derivada nos da la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto.

Reglas de la derivación

La regla de la suma establece que la derivada de una suma de funciones es igual a la suma de sus derivadas.

La regla de la diferencia establece que la derivada de la diferencia de funciones es igual a la diferencia de sus derivadas.

La regla de la multiplicación de una constante por una función establece que la derivada de una constante multiplicada por una función es igual a la constante multiplicada por la derivada de la función.

La regla de la derivada de una constante establece que la derivada de cualquier función constante es 0.

Derivadas y sus propiedades

1) $\frac{d}{dx}(c)=0$

2) $\frac{d}{dx}(x)=1$

3) $\frac{d}{dx}(cx)=c$

4) $\frac{d}{dx}(cv)=c\frac{dv}{dx}$

5) $\frac{d}{dx}(u+v-w)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}-\frac{dw}{dx}$

6) $\frac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$

7) $\frac{d}{dx}(v^n)=nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$

8) $\frac{d}{dx}(\sqrt{v})=\frac{1}{2\sqrt{v}}\frac{dv}{dx}$

9) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x})=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

10) $\frac{d}{dx}(uv)=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$

11) $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Donde c: constante; x, u, v y w: variables.

Regla de la cadena

La regla de la cadena establece que:

$$\frac{d}{dx}[f\Big(g(x)\Big)] = f'\Big(g(x)\Big)g'(x)$$

Con ella podemos derivar funciones compuestas.

Derivadas de funciones logarítmicas

La derivada de una función logarítmica, de fórmula general f (x) = $\log_a$ u(x), se obtiene como el cociente de la derivada de u (x) por la propia función u (x) y todo ello multiplicado por el logaritmo en base a del número e. Esta fórmula se simplifica para los logaritmos neperianos, ya que $\log_e$ e = 1

Derivadas de funciones exponenciales

La derivada de una función exponencial es igual a la derivada del exponente, multiplicada por la función original y por el logaritmo neperiano de la base.

Bibliografía

1. Limites de una funcion. (s/f). http://www.cepb.una.py/web/images/pdf/2020/ejercitarios2/3H/3CursoMatematicaMATERIAL.pdf
2. https://sergioruiz.com.mx/matematicas/calculo/calculo-de-limites-de-una-funcion/
3. Limites y continuidad. (s/f). https://www.pearsonenespanol.com/docs/librariesprovider5/2018-college-open-resources/haeussler/cap10_hae.pdf?sfvrsn=f01ffdb2_0
4. https://es.khanacademy.org/math/calculus-all-old/taking-derivatives-calc/basic-differentiation-rules-calc/a/basic-differentiation-review#:~:text=Regla%20de%20la%20derivada%20de%20una%20constante,-d%20d%20x&text=La%20regla%20de%20la%20suma,la%20diferencia%20de%20sus%20derivadas.
5. https://www.hiru.eus/es/matematicas/reglas-de-derivacion-ii#:~:text=La%20derivada%20de%20una%20funci%C3%B3n%20logar%C3%ADtmica%2C%20de%20f%C3%B3rmula%20general%20f,que%20loge%20e%20%3D%201.