Resumen

Karla Alejandra De la cruz Anzueto

Primer parcial

Biomatemáticas I

Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís

Medicina humana

Segundo semestre, grupo “C”

Comitán de Domínguez, Chiapas a 06 de Marzo del 2024

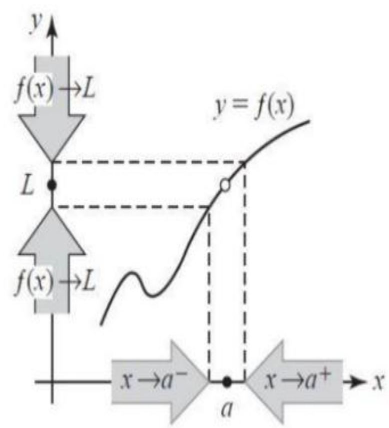
Como estudiante de medicina es de importancia comprender y poder utilizar esta gran herramienta conocida como biomatemáticas, ya que esta busca la ilustración matemática y el modelado de fenómenos biológicos utilizando técnicas y herramientas matemáticas aplicadas. Esto podría ser beneficioso tanto en la investigación teórica como en la práctica.

A lo largo de este trabajo hablaremos de conceptos básicos que durante la primera unidad, hemos recordado y con ayuda de nuestra maestra, hemos logrado entender y poder practicar.

LÍMITES

La **división** que marca una separación entre dos regiones se conoce como límite**.** Este término también se utiliza para nombrar a una restricción o limitación, al extremo que se puede alcanzar desde el aspecto físico y al extremo a que llega un periodo temporal.

Para la matemática, un límite es una magnitud a la que se acercan progresivamente los términos de una secuencia infinita de magnitudes. Un **límite** matemático**,** por lo tanto, expresa la tendencia de una función o de una sucesión mientras sus parámetros se aproximan a un cierto valor.



Una definición informal del límite matemático indica que el **límite de una función f(x)** es **T** cuando **x** tiende a **s**, siempre que se puede hallar para cada ocasión un **x** cerca de **s** de manera tal que el valor de **f(x)** sea tan cercano a **T** como se pretenda.

Se busca resolver y predecir el valor de Y en una gráfica, sustituyendo al valor que tiende X en la función que deseamos resolver.

Por lo cual, si un límite tiende o se acerca desde la izquierda, se le asigna el signo negativo y si tiende por la derecha, tendrá el signo positivo.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

$x \to a^-$	Significa que **"x"** tiende al valor de "a" por la izquierda
$x \to a^+$	Significa que **"x"** tiende al valor de "a" por la derecha
$x \to a$	Significa que **"x"** tiende al valor de "a" desde ambos lados

Este término aplicado a la medicina, nos puede ayudar para predecir datos de interés, un ejemplo de eso es que si tenemos una pirámide poblacional relacionada a una enfermedad y conocemos la función constante, podemos definir tomando a X como el periodo de tiempo y Y como el número de casos, cuantos casos podemos tener en un determinado tiempo, solo con el hecho de encontrar el límite.

PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

Las propiedades de los límites son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una función más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina álgebra de los límites.

1.- Unicidad del límite
Cuando el límite existe, el límite es único.

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a} f(x) = L$$

2.- Propiedades de la suma
El límite de la suma es la suma de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$$

3.- Propiedad de la resta
El límite de la resta es la resta de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) - \lim_{x \to a} g(x)$$

4.- Propiedad del producto.
El límite del producto es el producto de los límites.

$$\lim_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim_{x\to a}f(x)\cdot \lim_{x\to a}g(x)$$

5.- Propiedad de la función constante
El límite de una función constante es está misma constante.

$$\lim_{x\to a} k = k$$

6.- Propiedad del factor constante.
En un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.

$$\lim_{x\to a}[k\cdot f(x)] = k\cdot \lim_{x\to a}f(x)$$

7.- Propiedad del cociente
El límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)} ;$$

$$\text{siempre que } \lim_{x\to a}g(x)\neq 0$$

8.- Propiedad de la función potencial
El límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente.

$$\lim_{x\to a}[f(x)^k] = \left[\lim_{x\to a}f(x)\right]^k$$

9.- Propiedad de la raíz
El límite de una raíz, es la raíz del límite

$$\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)}$$

si el índice n es par, debe ser $\lim_{x \to a} f(x) > 0$

10.- Propiedad de la función logarítmica.
El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

$$\lim_{x \to a} [log_k f(x)] = log_k \left[\lim_{x \to a} f(x)\right]$$

LÍMITES UNILATERALES

Un límite unilateral es exactamente lo que podría esperar; el límite de una función a medida que se acerca a un valor específico ya sea desde el lado derecho o desde el lado izquierdo. Los límites unilaterales ayudan a lidiar con el tema de una discontinuidad de salto y los dos lados no coinciden.

Un límite unilateral se puede evaluar ya sea desde la izquierda o desde la derecha. Dado que la izquierda y la derecha no son direcciones absolutas, una forma más precisa de pensar la dirección es “desde el lado negativo” o “desde el lado positivo”.

El negativo en el superíndice de Y es un exponente. En cambio indica desde el lado negativo. De igual manera el superíndice positivo no es un exponente, solo significa desde el lado positivo**.**

$$\lim_{x \to 6^+} f(x) \approx 3$$

$$\lim_{x \to 6^-} f(x) \approx 2$$

CÁLCULO DE LÍMITES

Cuando hablamos de cálculo de límites de funciones es importante entender los distintos métodos que existen para su resolución.

Debemos saber qué tipo de función estamos trabajando y cómo aplicar los procesos necesarios para su cálculo. Es fundamental prestar atención a las formas indeterminadas y tener en cuenta los límites laterales en caso de anulación del denominador.

Métodos para el cálculo de límites de una función

Cálculo de límites en un punto específico

Es uno de los métodos más comunes para calcular los límites de una función. Para calcular el límite en un punto específico de una función, se debe evaluar la función en valores cada vez más cercanos a ese punto. De esta manera, se puede obtener una aproximación cada vez más precisa del valor del límite. Es importante tener en cuenta que, en algunos casos, este método no proporciona una solución definitiva.

Cálculo de límites en intervalos

Es una técnica que se aplica para encontrar el límite de una función en un intervalo específico. Para aplicar esta técnica, se deben evaluar los extremos del intervalo y comparar los valores de la función en esos puntos. Si los valores son iguales, se puede afirmar que el límite existe para ese intervalo. En caso contrario, es necesario evaluar la función en puntos adicionales para determinar la existencia del límite.

Cálculo de límites laterales

Su objetivo es determinar el valor de un límite de función cuando se aproxima el límite desde la izquierda y la derecha. Si el resultado es diferente para cada lado, el límite no existe. Si ambos lados se aproximan al mismo valor, se puede afirmar que el límite existe.

Cálculo de límites con formas indeterminadas

Es una técnica que se aplica en casos donde la función tiene una forma que no permite su evaluación directa. Este tipo de formas incluyen aquellos casos en los que el numerador y/o el denominador se anulan, o cuando la función toma una forma que no permite su evaluación directa. En este caso se emplean diversos métodos para anular el denominador, el más común es la factorización.

$$x^2 - 3x + 2$$

$$(x-1)\,(x-2)$$

LÍMITES AL INFINITO

Decimos que una función f(x) tiene un **límite en el infinito** si existe un número L al cual la función se acerca a medida que crece x o f(x)→L.

¿Cómo determinar límites al infinito?
Por representación gráfica.
Por sustitución.
Por deducción.

¿Cómo saber si una función tiende a infinito?
Se debe realizar una deducción lógica, sustitución o gráficas que muestran que la función crece, a medida que x crece.

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 - x^2 + 4) = (+\infty)^3 = +\infty$$

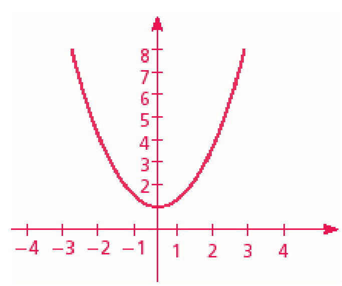
$$\lim_{x \to +\infty} (-5x + 2) = -5(+\infty) = -\infty$$

CONTINUIDAD

Una función real de variable real es continua en un intervalo cuando se puede dibujar sobre el papel a lo largo de dicho intervalo sin levantar el lápiz. La descripción matemática de esta idea intuitiva recurre al uso de la noción de límite.

Se dice que una función f(x) es **continua en un punto** a, si y sólo, si se verifican las condiciones siguientes:

- La función existe en a.
- Existe **límite** de f(x) cuando x tiende a *a*.
- El valor de la función en el punto y el límite en dicho punto son iguales:



$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Cuando no se cumple alguna de las anteriores condiciones, se dice que la función es **discontinua** en el punto.

Por otra parte, se considera que la función es **continua en un intervalo** (a, b) cuando es continua en todo punto x, tal que a < x < b.

Funciones continuas

Para algunas familias de funciones es posible conocer su continuidad basándose en los siguientes criterios generales:

- Las **funciones polinómicas** son continuas en todo el conjunto de los números reales.
- Las **funciones racionales** obtenidas como cociente de dos polinomios son continuas en todos los puntos del conjunto R, salvo en aquellos en los que se anula el denominador.
- Las **funciones potenciales**, **exponenciales** y **logarítmicas** son continuas en todo su dominio de definición.
- Las **funciones trigonométricas seno** y **coseno** son continuas en todo el conjunto de los números reales (en cambio, la función **tangente** es discontinua en los valores múltiplos impares de p/2).

Propiedades de las funciones continuas

Dadas dos funciones f(x) y g(x) continúas en un punto o en un intervalo, se cumple entonces que:

- La suma y la resta de ambas es una función continua en ese punto o intervalo.
- El producto de las dos funciones es una función continua en ese punto o intervalo.
- El cociente entre ambas funciones es una función continua en ese punto o intervalo salvo en aquellos en los que el denominador se anula.
- Si f(x) es continua en a y g(x) es continua en f(a), entonces la composición de funciones (g ° f) (x) es también continua en a.

CONTINUIDAD APLICADA A DESIGUALES

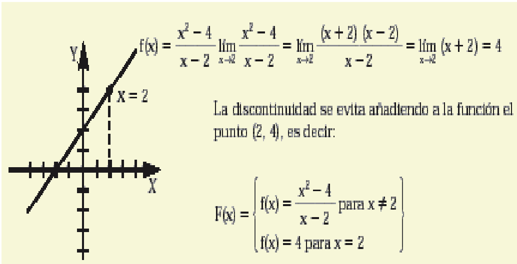
Discontinuidades evitables

Toda función que en un punto dado no cumple alguna de las condiciones necesarias para la continuidad se denomina discontinua. Cuando la discontinuidad se debe al hecho de que existe el límite de la función en el punto, pero la función no está definida para el mismo, se habla de **discontinuidad evitable**.

Para obtener una nueva función que sea continua también en el punto de discontinuidad evitable, se procede del modo siguiente:

- Se calcula el valor del límite de la función en el punto a.
- Se añade el punto a al dominio de definición de la función, y se le asigna el valor:

$$f(a) = \lim_{x \to a} f(x).$$



La función f (x) presenta una discontinuidad evitable en el punto x = 2. F(x) sería continua en R.

Discontinuidades no evitables

Existen otros tipos de discontinuidades que no pueden resolverse, por lo que se llaman **discontinuidades no evitables**. Estas discontinuidades se clasifican en:

- **Discontinuidades de salto**: cuando existen ambos límites laterales (por la derecha y por la izquierda), pero no coinciden.
- **Discontinuidades asintóticas**: cuando el límite es infinito.
- **Discontinuidades por el dominio de definición**: cuando existe el límite y la función está definida en el punto, pero ambos valores no coinciden.

En sentido genérico, se llama **discontinuidad de segunda especie** a la que tiene lugar cuando uno de los límites laterales es finito y el otro es infinito o no existe.

CONCEPTO DE DERIVADAS

El concepto de derivada de una función matemática se halla íntimamente relacionado con la noción de límite. Así, la derivada se entiende como la variación que experimenta la función de forma instantánea, es decir, entre cada dos puntos de su dominio suficientemente próximos entre sí. La idea de instantaneidad que transmite la derivada posee múltiples aplicaciones en la descripción de los fenómenos científicos, tanto naturales como sociales.

Análisis de funciones y gráficos. Las derivadas permiten comprender el comportamiento de las funciones matemáticas. Ayudan a identificar los máximos y mínimos de una función, determinar su concavidad, localizar puntos críticos y analizar la tendencia de una función en un intervalo determinado. Estas aplicaciones son esenciales en el análisis de datos y la toma de decisiones basada en información numérica.

Física y ciencias naturales. Las derivadas desempeñan un papel fundamental en el estudio del movimiento y las leyes del movimiento en la física. Permiten calcular la velocidad y la aceleración de un objeto en función del tiempo, lo que resulta crucial para comprender fenómenos físicos como la caída libre, el movimiento de proyectiles y la dinámica de los cuerpos en movimiento.

Biología y medicina. En biología y medicina, las derivadas se emplean en el estudio de fenómenos biológicos como el crecimiento celular, la propagación de enfermedades y la dinámica de poblaciones. Además, son útiles para analizar funciones fisiológicas, como el ritmo.

Tipos de derivadas según la función de la que provienen

Derivada de una constante

Esta siempre será igual a 0. El resultado es independiente del valor de la variante.

$$f(x) = 8$$
Derivada: $f'(x) = 0$

Derivada de una función lineal

El resultado de la función derivada será el coeficiente del término de primer grado

$$f(x) = Cx + D$$
Derivada: $f'(x) = C$
$$f(x) = 18 + D$$
Derivada: $f'(x) = 18$

Derivado de una potencia

Para encontrar esta derivada se deberá realizar la multiplicación de la función por el exponente y restarle a este una unidad. De la siguiente forma:

$$f(x) = X^{Y}$$
Derivada: $f'(x) = y * x^{y-1}$
$$f(x) = x^{4}$$
$$f'(x) = 4 * x^{4-1} = 4x^{3}$$

Existen muchos tipos de derivadas, dependiendo de la función que se desea resolver, a continuación se presenta una tabla.

1) $\frac{d}{dx}\ c = 0$

2) $\frac{d}{dx}\ x^n = nx^{n-1}$

3) $\frac{d}{dx}\ e^x = e^x$

4) $\frac{d}{dx}\ a^x = a^x \ln a$

5) $\frac{d}{dx}\ \ln x = \frac{1}{x}$

6) $\frac{d}{dx}\ \log_a x = \frac{1}{x \ln \mathrm{a}}$

7) $\frac{d}{dx}\ \operatorname{sen} x = \cos x$

8) $\frac{d}{dx}\ \cos x = -\operatorname{sen} x$

9) $\frac{d}{dx}\ \tan x = \sec^2 x$

10) $\frac{d}{dx}\ \cot x = -\csc^2 x$

11) $\frac{d}{dx}\ \sec x = \sec x \tan x$

12) $\frac{d}{dx}\ \csc x = -\csc x \cot x$

13) $\frac{d}{dx}\ \operatorname{arcsen} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14) $\frac{d}{dx}\ \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

15) $\frac{d}{dx}\ \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$

Como conclusión de esta primera unidad, estoy agradecida por las enseñanzas y con los conocimientos adquiridos, ya que estos procesos matemáticos los podemos aplicar a la vida diaria, en especial relacionarlo con la carrera que estoy cursando, que es Medicina Humana, gracias a estos procesos, podemos simplificar cálculos y poder expresarlos mediante gráficas, para así poder hacerlos más comprensibles para todos.

BIBLIOGRAFÍA

HIRO,EUS. (s.f.). Recuperado el 07 de Marzo de 2024, de HIRO.EUS: https://www.hiru.eus/es/matematicas/derivada-de-una-funcion

Límites y continuidad. (s.f.). Recuperado el 07 de Marzo de 2024, de Límites y continuidad: https://www.pearsonenespanol.com/docs/librariesprovider5/2018-college-open-resources/haeussler/cap10_hae.pdf?sfvrsn=f01ffdb2_0

Yépez, C. (s.f.). *SCRIBD*. Recuperado el 07 de Marzo de 2024, de SCRIBD: https://es.scribd.com/document/261960256/Continuidad