

**Mi Universidad**

## **Resumen**

*De la cruz Anzueto Laura Sofia.*

*Primer Parcial.*

*Biomatemáticas.*

*Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís.*

*Medicina Humana.*

*Segundo Semestre, Grupo "C".*

*Comitán de Domínguez, Chiapas, México a 07 de marzo de 2024.*

# RESUMEN

## LÍMITES

UN LÍMITE ES UNA MAGNITUD A LA QUE SE ACERCAN PROGRESIVAMENTE LOS TÉRMINOS DE UNA SECUENCIA INFINITA DE MAGNITUDES.

EL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN  $f(x)$ , CUANDO  $x \rightarrow a$  ES EL VALOR DE LA FUNCIÓN CUANDO SE TOMAN VALORES SUCESIVOS DE  $x$ , CADA VEZ MÁS CERCANOS A "a", POR LA DERECHA Y POR LA IZQUIERDA QUE RESULTA SER LA ORDENADA DEL PUNTO DE ABSCISA "a".

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

Límite de la función  
por la izquierda

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Límite de la función  
por la derecha

## PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

LAS PROPIEDADES DE LOS LÍMITES SON OPERACIONES QUE SE PUEDEN EMPLEAR PARA SIMPLIFICAR EL CÁLCULO DEL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN MÁS COMPLEJA. AL TRATARSE DE OPERACIONES, TAMBIÉN SE LE DENOMINA ÁLGEBRA DE LOS LÍMITES

**CUANDO EL LÍMITE EXISTE, EL LÍMITE ES ÚNICO.**

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

**EL LÍMITE DE LA SUMA ES LA SUMA DE LOS LÍMITES**

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

**EL LÍMITE DE LA RESTA ES LA RESTA DE LOS LÍMITES.**

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

**EL LÍMITE DEL PRODUCTO ES EL PRODUCTO DE LOS LÍMITES.**

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

**EL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN CONSTANTE ES ESTÁ MISMA CONSTANTE**

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

EN UN LÍMITE DE UNA CONSTANTE MULTIPLICADA POR UNA FUNCIÓN SE PUEDE SACAR LA CONSTANTE DEL LÍMITE SIN QUE SE AFECTE EL RESULTADO.

$$\lim_{x \rightarrow a} [k \cdot f(x)] = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

EL LÍMITE DE UN COCIENTE DE DOS FUNCIONES ES EL COCIENTE DE LOS LÍMITES DE LAS MISMAS.

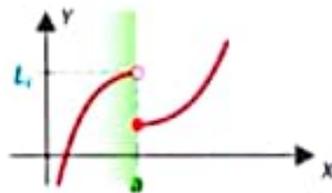
$$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} ;$$

siempre que  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

## LÍMITES UNILATERALES

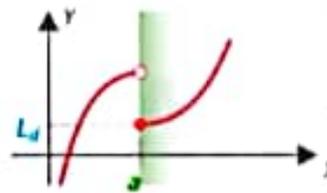
LOS LÍMITES UNILATERALES AYUDAN A LIDIAR CON EL TEMA DE UNA DISCONTINUIDAD DE SALTO Y LOS DOS LADOS NO COINCIDEN.

1 Límite por la izquierda



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_i$$

2 Límite por la derecha



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_d$$

UN LÍMITE UNILATERAL ES EL VALOR AL QUE TIENDE UNA FUNCIÓN CONFORME LOS VALORES DE X TIENDEN AL LÍMITE "POR UN SOLO LADO". POR EJEMPLO,  $f(x) = |x|/x$  ES IGUAL A -1 PARA NÚMEROS NEGATIVOS, 1 PARA NÚMEROS POSITIVOS Y NO ESTÁ DEFINIDA EN 0.

# CALCULO DE LÍMITES

PARA CALCULAR EL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN, CUANDO X TIENDE A X<sub>0</sub>, BASTA CON SUSTITUIR X<sub>0</sub> EN LA FUNCIÓN Y SI NOS DA UN NÚMERO, ES DECIR, SE PUEDEN HACER TODAS LAS OPERACIONES, ESE ES EL RESULTADO DEL LÍMITE.

## LÍMITES AL INFINITO

UN LÍMITE SE DICE QUE ES AL INFINITO CUANDO LA "X" TIENDE AL INFINITO, YA SEA POSITIVO O

NEGATIVO.

SUSTITUIMOS X, EN F(X), POR  $\infty$

OPERAMOS CON  $\infty$ , SI OBTENEMOS UN VALOR REAL CONCRETO,  $\infty$  Ó  $-\infty$ , YA HEMOS TERMINADO. ESE ES EL VALOR DEL LÍMITE BUSCADO. SI OBTENEMOS UNA EXPRESIÓN INDETERMINADA, DEBEMOS RESOLVERLA.

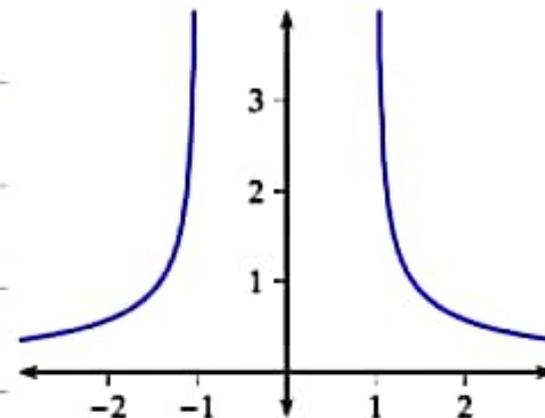
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x + 2) = -5(+\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 7x + 1) = (-\infty)^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x^2 + 4) = (-\infty)^3 = -\infty$$

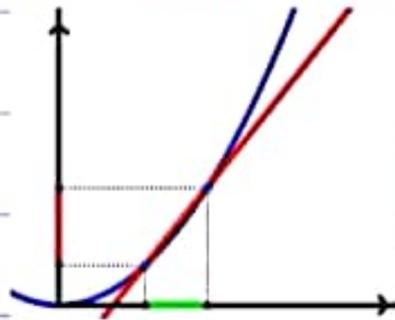
## LÍMITES Y CONTINUIDAD

LA CONTINUIDAD REQUIERE QUE EL COMPORTAMIENTO DE UNA FUNCIÓN ALREDEDOR DE UN PUNTO SEA IGUAL AL VALOR DE LA FUNCIÓN EN ESE PUNTO.



# DERIVADAS

LA DERIVADA ES LA RAZÓN DE CAMBIO INSTANTÁNEA CON LA QUE VARÍA EL VALOR DE DICHA FUNCIÓN, SEGÚN SE MODIFIQUE EL VALOR DE SU VARIABLE INDEPENDIENTE. EN UNA GRÁFICA AMBOS VALORES INCREMENTAN PROGRESIVAMENTE, Y DE ESTA FORMA SE VEN ALTERADOS.



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

LA DERIVADA ES EL DIFERENCIA EN DOS PUNTOS DE LA COORDENADA (YO,XO) E (Y,X) OSEA ES IGUAL= (YO-Y)/(XO-X) TAL QUE (XO-X) CUANDO TIENDE A CERO. EN CASOS QUE LA COORDENADA (YO,XO) SEA IGUAL A (0,0) LA DERIVADA SERA = Y/X. EJEMPLO DE LA DERIVADA DE LA FUNCIÓN  $Y(X)=2X$  ,  $Y'(X)=2X/X=2$ .

**Derivada**

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

# REGLAS DE LA DERIVACIÓN

- APLICACIONES DE INTEGRALES.
- ASÍNTOTAS.
- COMPOSICIÓN DE FUNCIONES.
- CONTINUIDAD.
- CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN.
- DERIVACIÓN IMPLÍCITA.
- DERIVACIÓN PARAMÉTRICA.
- DERIVADAS.

# REGLAS DE LA DERIVACIÓN

**1. LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE**  
SEGÚN LO QUE HEMOS DESCUBIERTO  
ANTERIORMENTE LA DERIVADA DE UNA  
CONSTANTE ES CERO. EJ:

$$F(x) = 7$$

$$F'(x) = 0$$

**3. LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA  
FUNCIÓN.**

PARA DERIVAR UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN,  
ES DECIR  $CF(x)$ , SU DERIVADA ES LA CONSTANTE  
POR LA DERIVADA DE LA FUNCIÓN, O  $CF'(x)$ , POR

EJEMPLO:→

$$F(x) = 3x^5$$

$$F'(x) = 3(5x^4) = 15x^4$$

**2. LA DERIVADA DE UNA POTENCIA ENTERA POSITIVA**  
COMO YA SABEMOS, LA DERIVADA DE  $x^n$  ES  $n x^{n-1}$ ,  
ENTONCES:

$$F(x) = x^5$$

$$F'(x) = 5x^4$$

PERO QUE SUCEDE CON FUNCIONES COMO  $F(x) = 7x^5$ ,  
AÚN NO PODEMOS DERIVAR LA FUNCIÓN PORQUE  
NO SABEMOS CUAL ES LA REGLA PARA DERIVAR ESE  
TIPO DE EXPRESIONES.

**4. LA DERIVADA DE UNA SUMA**

TAMPOCO PODEMOS DIFERENCIAR (O DERIVAR) UNA SUMA  
DE FUNCIONES. LA REGLA PARA LA DERIVADA DE UNA SUMA  
ES  $(f+g)' = f'+g'$ , ES DECIR, LA DERIVADA DE UNA SUMA DE  
FUNCIONES ES LA SUMA DE LAS DERIVADAS DE CADA UNO  
DE LOS TÉRMINOS POR SEPARADO. ENTONCES:

$$F(x) = 2x^3 + x$$

$$F'(x) = 6x^2 + 1$$

## 5.LA DERIVADA DE UN PRODUCTO

AÚN NO HEMOS DICHO CUAL ES LA REGLA PARA DERIVAR UN PRODUCTO DE FUNCIONES, LA REGLA PARA LA DERIVADA DE UN PRODUCTO ES  $(FG)' = FG' + F'G$ . EN ESPAÑOL ESTO SE INTERPRETA COMO "LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE DOS FUNCIONES ES LA PRIMERA, POR LA DERIVADA DE LA SEGUNDA, MÁS LA SEGUNDA POR LA DERIVADA DE LA PRIMERA".

$$F(X) = (4X + 1)(10X^2 - 5)$$

$$F'(X) = 20X(4X + 1) + 4(10X^2 - 5)$$

## 6.LA DERIVADA DE UN COCIENTE

LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE DOS FUNCIONES ES (LA SEGUNDA, POR LA DERIVADA DE LA PRIMERA, MENOS LA PRIMERA POR LA DERIVADA DE LA SEGUNDA) ENTRE LA SEGUNDA AL CUADRADO.

## 7.LAS DERIVADAS DE LAS FUNCIONES

LA FUNCIÓN DERIVADA, DENOTADA POR  $F'$ ,  $F'$ , ES LA FUNCIÓN CUYO DOMINIO CONSISTE EN LOS VALORES DE  $X$  DE MANERA TAL QUE EL SIGUIENTE LÍMITE EXISTE:  $F'(X) = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{F(X+H) - F(X)}{H}$ .

## 8.LA REGLA DE LA CADENA

LAS REGLAS DE DERIVACIÓN QUE HEMOS DEFINIDO HASTA AHORA NO PERMITEN ENCONTRAR LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN COMPUESTA COMO  $(3X + 5)^4$ , A MENOS QUE DESARROLLEMOS EL BINOMIO Y LUEGO SE APLIQUEN LAS REGLAS YA CONOCIDAS. OBSERVA EL SIGUIENTE EJEMPLO.

$$(X)$$

$$=$$

$$(3X + 5)^2$$

$$=$$

$$9X^2 + 30X + 25$$

$$F'(X)$$

$$=$$

$$18X + 30$$

$$=$$

$$6(3X + 5)$$

# DERIVADAS Y SUS PROPIEDADES

LAS PROPIEDADES BÁSICAS DE LA DERIVADA SON:

1. LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES ES LA SUMA DE SUS DERIVADAS. ES DECIR, LA DERIVADA DE  $F(X)+G(X)$  ES IGUAL A  $F'(X)+G'(X)$

2. LA DERIVADA DEL PRODUCTO DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN ES IGUAL A LA CONSTANTE MULTIPLICADA POR LA DERIVADA DE LA FUNCIÓN. ES DECIR:  
 $(K \cdot F(X))' = K \cdot F'(X)$

ESTAS DOS PROPIEDADES SON MUY ÚTILES PARA DETERMINAR, POR EJEMPLO, LA DERIVADA DE UN POLINOMIO, YA QUE UN POLINOMIO NO ES OTRA COSA QUE UNA SUMA DE MONOMIOS DE LA FORMA  $AX^N$

. POR ELLO, PARA HALLAR LA DERIVADA DE CUALQUIER POLINOMIO ES SUFICIENTE CONOCER LAS DERIVADAS  $X^N$ .

3. LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES SE CALCULA DE LA SIGUIENTE MANERA: SI  $H(X)=F(X) \cdot G(X)$ , SU DERIVADA ES IGUAL A  
 $H'(X)=F'(X) \cdot G(X)+F(X) \cdot G'(X)$

4. LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES SE CALCULA DE LA SIGUIENTE MANERA: SI  $H(X)=\frac{F(X)}{G(X)}$ , SU DERIVADA ES IGUAL A  
 $H'(X)=\frac{F'(X) \cdot G(X)-F(X) \cdot G'(X)}{G^2(X)}$

5. LA DERIVADA DE UNA COMPOSICIÓN DE FUNCIONES SE CALCULA CON LA DENOMINADA REGLA DE LA CADENA: SI  $H(X)=(G \circ F)(X)$ , ENTONCES SU DERIVADA ES IGUAL A  
 $H'(X)=G'(F(X)) \cdot F'(X)$

# REGLA DE LA CADENA

LA REGLA DE LA CADENA ESTABLECE QUE LA DERIVADA DE  $f(g(x))$  ES  $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ . EN OTRAS PALABRAS, NOS AYUDA A DERIVAR \*FUNCIONES COMPUESTAS\*. POR EJEMPLO,  $\sin(x^2)$  ES UNA FUNCIÓN COMPUESTA PORQUE PUEDE CONSTRUIRSE COMO  $f(g(x))$  PARA  $f(x)=\sin(x)$  Y  $g(x)=x^2$ .

## EJEMPLO

### Regla de la cadena

$$z(x) = f(g(x))$$



$$z'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$y = (3x - 11)^2$$

$$u = 3x - 11$$

$$y = u^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dy}{du} = 2u = 2(3x - 11)$$

$$\frac{du}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) - 11 - (3x - 11)}{h}$$

$$\frac{du}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - 11 - 3x + 11}{h}$$

# DERIVADAS DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS

EN FORMA GENERAL, LA DERIVADA LOGARÍTMICA DE UN COCIENTE ES LA DIFERENCIA DE LAS DERIVADAS LOGARÍTMICAS DEL DIVIDENDO Y DEL DIVISOR: EN LA MISMA FORMA QUE EL LOGARITMO DE UN COCIENTE ES LA DIFERENCIA DE LOS LOGARITMOS DEL DIVIDENDO Y DEL DIVISOR.

HAY DOS FORMAS DE DEFINIRLA: ES IGUAL AL PRODUCTO DE DOS FACTORES: LA DERIVADA DEL ARGUMENTO "W" DIVIDIDA POR EL ARGUMENTO MULTIPLICADO POR EL LOGARITMO EN BASE "B" DEL NÚMERO "E".

Derivada logarítmica

$$f(x) = \ln(u) \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u}$$

$$f(x) = \log_a(u) \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

# DERIVADAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES

ES IGUAL A LA DERIVADA DEL EXPONENTE, MULTIPLICADA POR LA FUNCIÓN ORIGINAL Y POR EL LOGARITMO NEPERIANO DE LA BASE. EN LA FUNCIÓN DE ARRIBA, Z ES LA BASE E Y ES UNA FUNCIÓN DE X, CUYA DERIVADA SE PUEDE CALCULAR

$$f(x) = z^x$$

$$x' = 1$$

$$f'(x) = x' \times z^x \times \ln(z) = z^x \times \ln(z)$$

## Bibliografía

*Funciones de Academia Balderix.* (2022). Obtenido de Funciones de Academia Balderix: <https://www.funciones.xyz/derivada-de-un-cociente-division/>

*StudySmarter.* (s.f.). Obtenido de StudySmarter: <https://www.studysmarter.es/resumenes/maticas/analisis-matematico/regla-del-cociente/>

*UACJ.* (s.f.). Obtenido de UACJ: [https://www.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Documents/IIT/sterraza/mate2016/DERIVADA/der\\_reg.html#:~:text=Traducci%C3%B3n%3A%20la%20derivada%20de%20un,entre%20la%20segunda%20al%20cuadrado.](https://www.uacj.mx/CGTI/CDTE/JPM/Documents/IIT/sterraza/mate2016/DERIVADA/der_reg.html#:~:text=Traducci%C3%B3n%3A%20la%20derivada%20de%20un,entre%20la%20segunda%20al%20cuadrado.)