UDS

Mi Universidad

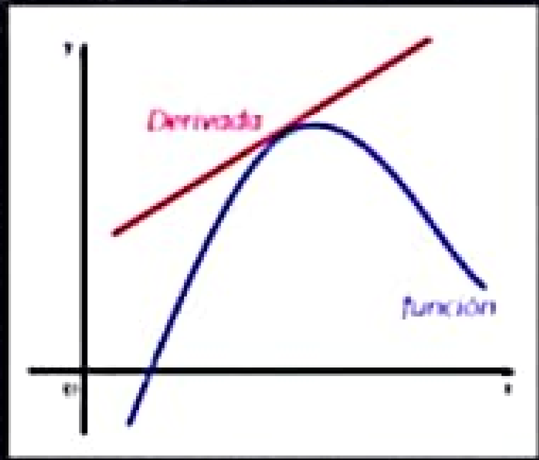
RESUMEN

De la cruz Anzueto Laura Sofía
Segundo parcial
Biomatemáticas I
Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís
Licenciatura en Medicina Humana
Segundo semestre, grupo “C”.

Comitán de Domínguez a 24 de abril de 2024

DERIVADAS

Permiten comprender el comportamiento de las funciones matemáticas. Ayudan a identificar los máximos y mínimos de una función, determinar su concavidad, localizar puntos críticos y analizar la tendencia de una función en un intervalo determinado.



La derivada de la función en el punto marcado es equivalente a la pendiente de la recta tangente. Un ejemplo habitual aparece al estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad de dicho objeto para todos los momentos.

DERIVACIÓN IMPLÍCITA

Nos ayuda a encontrar dy/dx aun para relaciones como esa. Esto se logra al usar la regla de la cadena y considerarla como una función implícita de x. Por ejemplo, de acuerdo con la regla de la cadena, la derivada de y^2 es $2y \cdot (dy/dx)$.

Esto es a funciones definidas por una ecuación en que la variable "y" no está despejada. La ventaja de este método es que no requiere despejar la variable "y" para encontrar la derivada

1) y es función de x : $y = g(x)$

$$\left(\left(g(x)\right)^4\right)'$$

2) Encontrar la derivada de y con respecto x $\frac{dy}{dx}$

estamos derivando con respecto a x

3) Considerar derivaciones como

$$\frac{d}{dx}\left(x^3\right) = 3x^2$$

$$\frac{d}{dx}\left(y^4\right) = 4\left(g(x)\right)^3 \cdot g'(x)$$

Regla de la cadena
potencia generalizada

$$= 4y^3 \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(x^2\sqrt{y}\right)$$

DIFERENCIACIÓN LOGARÍTMICA

Método usado para diferenciar funciones matemáticas compuestas por productos, cocientes y potencias empleando la derivada logarítmica de una función f.

Una **función logarítmica** es aquella que genéricamente se expresa como f (x) == logax, siendo a la base de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1.

Diferenciación logarítmica

Para derivar funciones como las de la reflexión se sugiere aplicar el logaritmo, sus propiedades y luego derivar.

Por ejemplo, para derivar la función $y=(3x-1)^{2x}$

Aplicando logaritmo $\ln y=\ln(3x-1)^{2x}$

Aplicando propiedades $\ln y=2x\ln(3x-1)$

Derivando $\frac{1}{y}y'=2.\ln(3x-1)+2x.\frac{1}{3x-1}.3$

Despejando $y'=(3x-1)^{2x}\left(2.\ln(3x-1)+\frac{6x}{3x-1}\right)$

DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

Una derivada de orden superior es una segunda, tercera o cuarta derivada de una función.

La derivada de tercer orden es la derivada de la segunda derivada se conoce como derivada de tercer orden o derivada tercera y se designa por y»' o f»'(x).

$$
\begin{aligned}
\text{Si } y = f(x) \quad &\Rightarrow \quad y' = f'(x) \text{ es la primera derivada de la función,} \\
&\Rightarrow \quad y'' = \frac{f'(x)}{dx} = f''(x) \text{ es la segunda derivada,} \\
&\Rightarrow \quad y''' = \frac{f''(x)}{dx} = f'''(x) \text{ es la tercera derivada,} \\
&\Rightarrow \quad y^{(4)} = \frac{f'''(x)}{dx} = f^{(4)}(x) \text{ es la cuarta derivada, etc.}
\end{aligned}
$$

DERIVADAS DE RAZÓN DE CAMBIO

El concepto de razón de cambio se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con elación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio. En caso de que las variables no estén relacionadas, tendrán una razón de cambio igual a cero.

La derivada dy/dx de una función y=f(x) es una razón de cambio instantánea con respecto a la variable x. Si la función representa posición o distancia entonces la razón de cambio con respecto al tiempo se interpreta como velocidad.

- Si $y = f(x)$, entonces la razón de cambio instantánea de *Y* con respecto a *X* se define como:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

Ejemplo:

Si $f(x) = x^2 - 3x$ ¿Cuál es la razón de cambio instantánea de $f(x)$ en $x = 2$ y $x = 10$?

Solución

$$f(x) = x^2 - 3x \qquad f'(2) = 2(2) - 3 \qquad f'(10) = 2(10) - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3 \qquad f'(2) = 4 - 3 \qquad f'(10) = 20 - 3$$

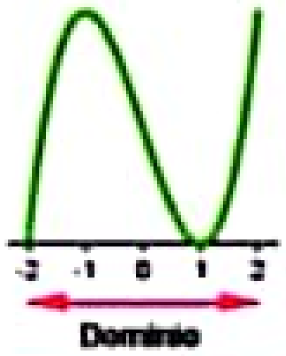
$$\boxed{f'(2) = 1} \qquad \boxed{f'(10) = 17}$$

MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE FUNCIONES

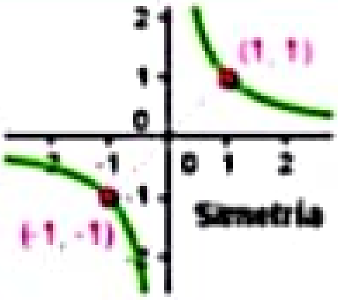
Un punto **máximo** absoluto es un punto en el que la función adquiere su valor máximo posible. De forma similar, un punto **mínimo** absoluto es un punto en el que la función adquiere su valor mínimo posible.

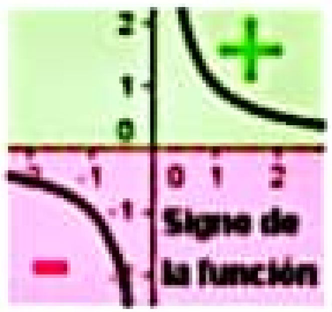
COMO OBTENER MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE UNA FUNCIÓN

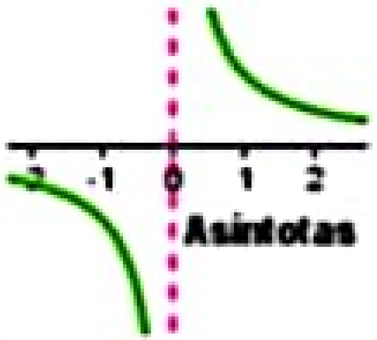
1. Se obtiene la derivada de la función.
2. Se iguala la derivada a cero para luego resolver la ecuación y así encontrar los valores de x, dichos valores son llamados valores críticos.
3. Se saca la segunda derivada de la función y se evalúa la función con los valores críticos previamente obtenidos. Si el resultado es menor a cero entonces tenemos un punto máximo y si es mayor a cero entonces es un punto mínimo.
4. Los valores críticos se evalúan en la función original para obtener el valor de "y", así determinamos las coordenadas de dichos puntos.



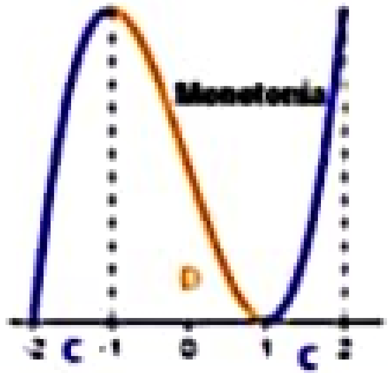
Estudio de f

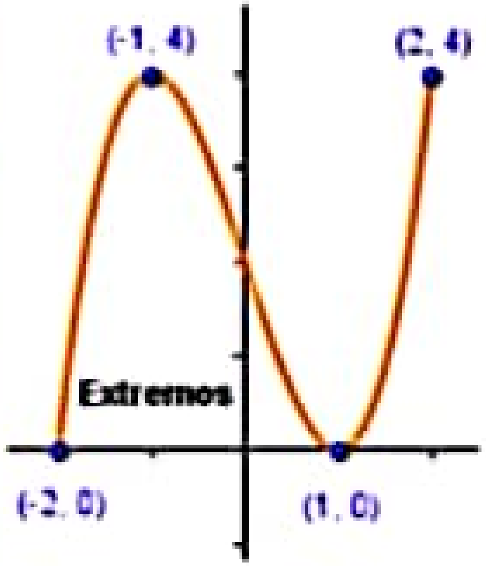




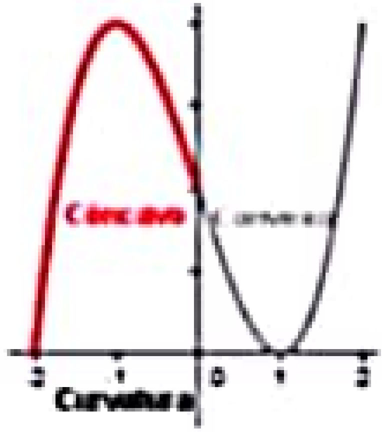


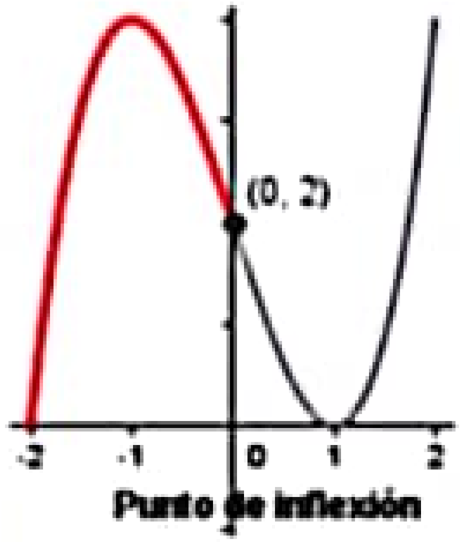
Estudio f'





Estudio de f''





Comenzamos por encontrar la primera y la segunda derivada de la función dada

$$f(x)=x^4 - 8x^2 + 3$$
$$f'(x) = 4x^3 - 16x$$
$$f''(x) = 12x^2 - 16$$

Ahora encontremos los **puntos críticos** x^* a través de la solución (o soluciones) de la ecuación $f'(x) = 0$, es decir $4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4) = 0$. Las soluciones de esta ecuación son

$x_1 = 0,\ x_2 = 2,\ x_3 = -2$

Finalmente se evalúa $f''(x)$ en los puntos críticos x^* y determinar si $f''(x^*) > 0$ o $f''(x^*) < 0$. Tenemos entonces que

$$f''(x_1) = 12(0)^2 - 16 = -16 < 0$$
$$f''(x_2) = 12(2)^2 - 16 = 32 > 0$$
$$f''(x_3) = 12(-2)^2 - 16 = 32 > 0$$

Entonces por el **criterio de la segunda** derivada, la función $f(x)$ tiene un **máximo local** en $x=0$ y dos **mínimos locales** en $x=2$ y $x=-2$. Los valores correspondientes de la función son:

$$f(0)=(0)^4 - 8(0)^2 + 3 = 3$$
$$f(2) = (2)^4 - 8(2)^2 + 3 = -13$$
$$f(-2) = (-2)^4 - 8(-2)^2 + 3 = -13$$

INTEGRALES

La integral es la operación inversa a la derivación. Esto significa que cuando encontramos la integral de una función, obtenemos la función que al derivarla nos dará la función que estamos integrando. Por ello la integral se conoce también como antiderivada.

INTEGRAL	CAMBIO RECOMENDADO
$\int (a^x)dx$	$z = a^x$
$\int (e^x)dx$	$z = e^x$
$\int (x, \ln(x))dx$	$z = \ln(x)$
$\int (x, \mathrm{arc} \ldots)dx$	$z = \mathrm{arc} \ldots$
$\int (\sin^m(x), \cos^n(x))dx$	$z = \cos(x)$ si m impar $z = \sin(x)$ si n impar $z = \tan(x)$ si m, n pares
$\int \left(x, \sqrt{a^2 - b^2x^2}\right) dx$	$x = \frac{a}{b}\sin(z)$
$\int \left(x, \sqrt{a^2 + b^2x^2}\right) dx$	$x = \frac{a}{b}\tan(z)$
$\int \left(x, \sqrt{b^2x^2 - a^2}\right) dx$	$x = \frac{a}{b}\sec(z)$

ANTIDERIVADAS

Se denomina antiderivada de una función f(x) a la función F(x)+C, donde C se constituye como una constante. De este modo, al derivar F(x)+C, obtenemos f(x). Por eso la función F(x) es antiderivada de la función f(x). Ejemplo: la expresión x2 sabemos que su derivada es 2x. Ahora bien, para obtener la antiderivada tenemos que recorrer el camino contrario: la antiderivada de 2x es, en efecto, x2.

x2 es una antiderivada de 2x porque

$$\frac{d\,(x^2)}{dx} = 2x$$

1) $\int (3x^3 - 5x^2 + 3x + 4)\, dx$ 2) $\int 5x\,dx$

3) $\int 4\, dx$ 4) $\int 2x^7 dx$ 5) $\int \sqrt{x}\; dx$

6) $\int 4 \operatorname{sen} x\, dx$ 7) $\int 5 \cos x\, dx$ 8) $\int 3 \operatorname{tag} x\, dx$

INTEGRAL INDEFINIDA

Integral indefinida es el **conjunto de las infinitas primitivas que puede tener una función.** Se representa por ∫ f(x) dx. Se lee: integral de x diferencial de x. ∫ es el signo de integración. Y produce una función.

INTEGRAL DEFINIDA

Representa el área limitada por la gráfica de la función, en un sistema de coordenadas cartesianas con signo positivo cuando la función toma valores positivos y signo negativo cuando toma valores negativos.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Glucemia

Un examen de azúcar en sangre mide la cantidad de un azúcar llamado glucosa en una muestra de sangre.
Esta prueba mide el nivel de azúcar en la sangre después de ayunar (no comer) toda la noche.

NIVELES DE GLUCOSA

Sin diabetes		Con diabetes	
Antes de comer	24 hrs después de comer	Antes de comer	24 hrs después de comer.
70 - 110 mg/dL	Menos de 140 mg/dL	80 - 130 mg/dL	Menos de 180 mg/dL

Fracción de agua

Hombres y niños	0.6
Mujeres	0.5
Hombres > 85 años	0.5
Mujeres > 85 a	0.45

Px femenino de 60 años con 115 Na, peso de 57 kg

$\frac{513 - 115}{33.5 + 1}$ = [illegible] 11.5 meq [illegible]

1000 ml - 11.5 meq
[illegible]

521.7 ml [illegible] al 3% [illegible]
horas (21.74 [illegible]).

2. Px masculino de 75 años con 122 Na peso 82 kg

$$\frac{513 - 122}{41 + 1} = \frac{391}{42} = 9.30\ meq$$

9.30 meq

1000 ml - 9.30 meq = 6000 ÷ 9.30 =
645.1 ml - 6 meq

Aplicar al px 645.1 ml de solución con Na^+ al 3% en 24 hrs, aplicando 26.8 ml como [illegible]

3. Px masculino de 35 años con 131 Na^+ peso 92 kg

$\frac{513 - 131}{56.2}$ = 6.7 meq → 1000 ml 6.7 meq
895.5 ml 6 meq

Aplicar al px 895.5 ml de solución con Na^+ al 3% en 24 horas aplicando 37.3 ml [illegible].

4. Px femenino de 41 años con 125 Na^+, peso de 55 kg

$\frac{513 - 125}{27.5}$ = 14.1 meq → 1000 ml - 14.7 [illegible]
[illegible]

Aplicar al px [illegible] de solución con Na^+ al 3% [illegible] aplicando 17.5 [illegible] cada hora.

Hipernatremia

+145

- Aguda / crónica
- $Na > 145$ mEq/L
- Hipernatremia

+48 hrs
Crónicos − 12 mEq/L
Agudos − lo normal

La glucosa no tiene sodio

- Masculino de 16 años, 72 kg, 151 Na^+

$$\frac{0-151}{44.2} = \frac{151}{44.2} = 3.41 \text{ mEq} \rightarrow \begin{array}{l} 1000\text{ ml} - 3.41 \text{ mEq} \\ 1{,}759.53\text{ ml} - 6 \text{ mEq} \end{array}$$

Aplicar al px 1,759.53 ml de solución glucosada en 24 horas, aplicando 73.31 ml cada hora.

- Femenino de 22 años, 68 kg, 148 Na

$$\frac{0-148\ Na^+}{35} = 4.22 \text{ mEq} \rightarrow \begin{array}{l} 1000\text{ ml} - 4.22 \text{ mEq} \\ 710.9\text{ ml} - 3 \text{ mEq} \end{array}$$

Aplicar al px 710.9 ml de solución glucosada en 24 hrs, aplicando 29.62 ml cada hora.

Sue

Ejemplos

- $x^2 + y^2 = 25$

$f(x) = 2x + 2y$

$3x^2 + 2x$

$f(x) = 6x + 2$

$6x^2 + 5x - 2$ $\qquad \frac{dx}{dx}$ (-1)

$\frac{dy}{dx} = 12x + 5$

$2y^3 + 10x - 5$ $\qquad \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx'} = 6y^2 + 10$

$y' = 6y^2 y' + 10$

Sue

• El agua corporal total se divide en tres compartimentos de líquidos funcionales: el plasma, el líquido extracelular, y el intracelular.

Plasma 20 %
Líquido intersticial y plasma -

Agua extracelular

Líquido intra y extra contiene cationes y aniones
el mayor predominante en extra es sodio catión
el mayor predominante en intra es potasio catión
extra - anión cloro

Líquido extracelular

Catión principal, sodio y los principales aniones cloruro y bicarbonato

Las proteínas contribuyen a la homeostasis.

(Signo de Godet) - Donde se presiona para ver el edema

Electrolito		Presión osmótica
Sodio	135 - 145	Depende de la cantidad del líquido del cuerpo
Potasio	3.5 - 5.5	
Cloruro	85 - 115	
Bicarbonato	22 - 29	Depende de la cantidad del electrolito en el cuerpo por mg/dl
Calcio	4.5 - 5	
Magnesio	1.5 - 2.5	
Fósforo	0.8 - 1.0	Depende de la carga del electrolito

Osmosis

Función pasiva caracterizada por el paso de agua disolvente a través de una membrana semipermeable desde una solución más diluida

---

Signo de pliegue - Godet - Rangos glicemia

3. $\lim_{x \to \infty} \frac{5}{2(x)} = \frac{5}{\infty} = 0$

Osmosis
- Difusión pasiva caracterizada por el paso del agua
- La osmolaridad se mantiene entre 280 y 310, miliosmoles

Osmolaridad efectiva
2 de sodio + (glucosa /18)
Osmolaridad sérica calculada (plasmática)

Potasio - altera la función miocárdica
Sodio - altera el del cerebro

Hiponatremia
- Disminución del sodio — sodio - 135
  • Sodio sérico: 135-145
  Agudo - Menos de 48 hrs.
  Crónico - Mayor de 48 hrs.

Sodio 4-6 miliequivalentes (aumenta) en 24 hrs.

130 - 135 leve moderada

Guía Americana	Guía europea
- Cloruro de sodio al 3% Bolo de 100 ml en 10 min	- 2 bolos
- Llega a 500 ml	- 150/100

Fórmula de Adrogue y Madias

Cambio Na: Na infundido - Na sérico / H2O corporal total + 1

BIBLIOGRAFÍAS

KHANACADEMY. (s.f.). Recuperado el 23 de ABRIL de 2024, de KHANACADEMY: https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-integration-new/ab-6-8c/e/evaluating-definite-integrals-2

LANCELOT. (18 de OCTUBRE de 2020). Recuperado el 23 de ABRIL de 2024, de LANCELOT: https://www.lancelotdigital.com/otras-noticias-de-interes/que-son-las-integrales-matematicas

STUDYSMARTER. (s.f.). Recuperado el 23 de ABRIL de 2024, de STUDYSMARTER: https://www.studysmarter.es/resumenes/matematicas/analisis-matematico/integrales-definidas/

SUPERPROF. (s.f.). Recuperado el 23 de ABRIL de 2024, de SUPERPROF: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/integrales/integral-indefinida.html