Resumen

Eduardo Mendez Trigueros

Parcial II

Biomatemáticas

Dra. Brenda paulina Ortiz Solís

Medicina humana

segundo semestre grupo C

Comitán de Domínguez, Chiapas 02 de mayo de 2024

Derivadas:

Las **derivadas** son reglas matemáticas que sirven para estudiar las funciones. En particular, la **derivada de una función en un punto** es el resultado de un límite e indica el comportamiento de la función en ese punto.

La derivada de una función se expresa con el signo prima ‘, es decir, la función *f'(x)* es la derivada de la función *f(x)*.

Geométricamente, el significado de la derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto. La **definición matemática de la derivada de una función** es la siguiente:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Sin embargo, la derivada de una función no se suele calcular utilizando la fórmula anterior, sino que se aplican reglas de derivación según el tipo de función que sea. En el siguiente apartado se explican todas las fórmulas de derivación.

Derivadas implícitas:

La derivación implícita es una técnica que se aplica a funciones definidas implícitamente, esto es a funciones definidas por una ecuación en que la yy no está despejada. La ventaja de este método es que no requiere despejar yy para encontrar la derivada.

Por ejemplo, derivemos. En este caso, tratamos la variable como una función de.

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(1)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(y^2) = 0$$

$$2x + 2y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

Derivación logarítmica:

La **derivación logarítmica** es una *técnica de derivación* que nos permite hallar la derivada de una función aplicando las propiedades de los logaritmos. Aunque se puede utilizar para resolver muchos tipos de derivadas, es especialmente útil para las funciones de tipo *potencial-exponencial*:

Tomamos logaritmos en ambos miembros de la igualdad (como ambos miembros de la ecuación son iguales, al aplicar la misma operación a ambos, la igualdad se mantiene):

$$f(x) = g(x)^{\phi(x)} \Rightarrow \ln(f(x)) = \ln\left(g(x)^{\phi(x)}\right)$$

Aplicamos las propiedades de los logaritmos, concretamente $\ln\left(a^b\right) = b \cdot \ln(a)$, quedando:

$$\ln(f(x)) = \ln\left(g(x)^{\phi(x)}\right) \xRightarrow[\ln(a^b)=b\cdot\ln(a)]{} \ln(f(x)) = \phi(x) \cdot \ln(g(x))$$

Derivamos los dos miembros (si las funciones son iguales, sus derivadas también deben de serlo):

$$D[\ln(f(x))] = D[\phi(x) \cdot \ln(g(x))] \xRightarrow[\substack{D[\ln(f(x))]=\frac{1}{f(x)}\cdot f\prime(x) \\ D(u\cdot v)=u\prime\cdot v+u\cdot v\prime}]{} \frac{f\prime(x)}{f(x)} = \phi\prime(x) \cdot \ln(g(x)) + \phi(x) \cdot \frac{g\prime(x)}{g(x)}$$

Despejamos *f(x)*

$$f\prime(x) = f(x) \cdot \left(\phi\prime(x) \cdot \ln(g(x)) + \phi(x) \cdot \frac{g\prime(x)}{g(x)}\right).$$

Derivadas de orden superior:

Se entiende por derivadas de orden superior a la segunda derivada de la función, es decir, se tiene una función f(x) a la cual se le calcula su derivada f(x)’ (primera derivada) y esta se deriva nuevamente f(x)», es decir, es la derivada de la función derivada. Las funciones se pueden derivar más de una vez, también se puede derivar la segunda derivada, todo va depende de la característica de la función, dando el nombre de derivadas de mayor orden.

Orden de las derivadas:

El orden de las derivadas se denota:

Derivada de segundo orden

$$f''(x) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}$$

Derivada de tercer orden

$$f'''(x) = \frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}x^3}$$

Derivada de cuarto orden

$$f''''(x) = \frac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}x^4}$$

Ejemplo de derivadas de orden superior

Calculemos las derivadas de orden superior para esta función:

$$f(x) = (x^3 + x^2 + x)$$

$$f''(x) = (3x^2 + 2x + 1)$$

$$f'''(x) = (6x + 2)$$

$$f''''(x) = 6$$

la derivada de quinto orden su resultado sería cero, siendo la última derivada que podemos calcular para la función original.

Derivadas de razón de cambio:

Los ejercicios de razón de cambio son resueltos al encontrar la derivada de una ecuación con respecto a la variable principal. Generalmente, la regla de la cadena es usada para encontrar la razón de cambio requerida.

La razón de cambio representa la relación entre los cambios de la variable dependiente en comparación con los cambios de la variable independiente.

La siguiente derivada

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta \to 0} \frac{\delta y}{\delta x}$$

Frecuentemente, otras letras además de x y y son usadas. Por ejemplo, en física es común usar ss para indicar la posición de un objeto. Entonces:

- $\frac{ds}{dt}$ es la velocidad, ya que representa la razón de cambio del desplazamiento con respecto al tiempo.
- $d2s/dt2$ es la aceleración porque representa la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

Muchas situaciones prácticas involucran razones de cambio relacionadas con el uso de la regla de la cadena de derivadas, como se muestra en los siguientes ejemplos.

EJERCICIO 1

El lado de una pieza cuadrada de metal incrementa a una razón de 0.1 cm por segundo cuando es calentada. ¿Cuál es la razón de cambio del área de la superficie cuadrada del metal?

Para resolver este problema, tenemos que empezar por encontrar una ecuación para el área de la pieza cuadrada de metal.

Si es que representamos a los lados de la pieza de metal con xx, su área es A=x2A=x2.

Tenemos que la razón de cambio de la longitud de un lado con respecto al tiempo, es decir, $\frac{dx}{dt}$ es 0.1 cm/s.

Queremos encontrar la razón de cambio del área con respecto al tiempo, es decir, $\frac{dA}{dt}$.

Si es que derivamos $A=x^2$, tenemos $\frac{dA}{dx}=2x$. Además, dado que $\frac{dX}{dt}=0.1$, podemos usar la regla de la cadena:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$= 2x \times 0.1$$

$$\frac{dA}{dt} = 0.2x$$

La razón de cambio del área es $0.2x0.2x$ cm^2/s.

Derivadas de máximos y mínimos de funciones:

Los máximos de una función son los valores más grandes de la función y los mínimos de una función son los valores más pequeños de la función. Los máximos y mínimos de una función son **extremos relativos** cuando solo son los valores más grandes o pequeños de su entorno, pero son **extremos absolutos** cuando son los valores más grandes o pequeños de toda la función.

A partir de la primera y segunda derivada de una función, se puede saber si una función tiene un extremo relativo en un punto y si dicho punto es un máximo o un mínimo relativos:

ejemplo paso a paso para que puedas ver cómo se calculan los máximos y los mínimos de una función.

- Calcula los extremos relativos de la siguiente función y determina si son máximos o mínimos:
  $F(x)=x^3-3x$
  Los extremos relativos de la función serán aquellos puntos que cumplan f´(x)=0.
  Por tanto, primero calculamos la derivada de la función:
  $F(x)=x^3-3x$>>>$f´(x)=3x^2-3$
  Y ahora igualamos la derivada de la función a cero y resolvemos la ecuación cuadrática resultante:

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{3}{3}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Por tanto, los extremos relativos de la función son x=+1 y x=-1.

integrales:

En matemáticas, la **integración** es la operación opuesta a la derivación, por lo tanto, la integral es la operación opuesta a la derivada. Es decir, las **integrales** son aquellas operaciones matemáticas mediante las cuales se puede calcular la función primitiva de una derivada.

- $\int$ es el signo de integración.
- a es el límite inferior de la integración.
- b es el límite superior de la integración.
- F (x) es la función por integrar, también llamada integrando.
- dx es el diferencial de x, que indica la variable de la función que se integra.

En algunos casos las integrales no tienen límites de integración, lo que significa que se integra la función para todo su dominio.

Integral Antiderivadas:

Es una función F se llama antiderivada de una función f en un intervalo I si la derivada de F es f, esto es F´(x)=f(x) debe ser continua.

Antiderivada es un concepto matemático relacionado con la derivación. Se define como la operación inversa a la derivación. Esta operación se usa para encontrar la primitiva de una función.

La antiderivada se calcula a través de la integral indefinida. Esta se resuelve mediante la aplicación de la regla de integración.

Por ejemplo, tomemos la siguiente función:

$f(x) = 4x^3$

Una antiderivada de esta función es $F(x) = x^4$, ya que al derivar F(x) mediante la regla de derivación para las potencias:

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

Integral indefinida:

La **integral indefinida** es la operación inversa de la derivación y para denotarla se emplea el símbolo de la "s" alargada: ∫. Matemáticamente la integral indefinida de la función F(x) se escribe:

$\int F(x)\, dx = f(x) + C$

Donde el integrando $F(x) = f'(x)$ es una función de la variable *x*, que es a su vez la derivada de otra función f(x), denominada la integral o la antiderivada.

hay algunas propiedades importantes que amplían el abanico de posibilidades al resolver una integral. Sea *k* un número real, entonces se cumple que:

1.- $\int k dx = k \int dx = kx + C$

2.- $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

3.- $\int h(x)dx = \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

4.- $\int x^n\, dx = [x^{n+1}/n+1] + C \quad (n \neq -1)$

5.- $\int x^{-1}\, dx = \ln x + C$

Dependiendo del integrando, hay varios métodos de tipo algebraico, así como numérico para resolver integrales.

Referencias:

▷ Derivadas (fórmulas, reglas y ejercicios resueltos) (funciones.xyz)

Derivación implícita. ¿En qué consiste?, pasos, ejemplos (matematicatuya.com)

Repaso de derivación implícita (artículo) | Khan Academy

Derivación logarítmica (fisicalab.com)

Derivadas de orden superior con ejemplos y ejercicios paso a paso (calculodiferencial.com)

Razón de cambio con derivadas - Ejercicios resueltos - Neurochispas

▷ Máximos y mínimos de una función (extremos relativos) (funciones.xyz)

Derivadas: definición y reglas básicas | Cálculo diferencial | Khan Academy

▷ Integrales (funciones.xyz)

Definición de Antiderivada » Qué es, Significado y Concepto (conceptoydefinicion.com)

https://www.lifeder.com/antiderivada/

Integral indefinida: propiedades, aplicaciones, cálculo (ejemplos) (lifeder.com)

Px masculino de 35 años con 131 Na Peso 92 Kg

$$\frac{513 - 131}{55.2 + 1} = \frac{382}{56.2} = 6.7 \text{ MEq}$$

1,000 -> 6.7 MEq
895.5 ml 6

37.3 mL/hr)

Px femenino de 41 años con 125 Na Peso de 53 Kg

$$\frac{513 - 125}{26.5 + 1} = \frac{388}{27.5} = 14.1 \text{ MEq}$$

1,000 -> 14.1
425.5 ml 6

425.5 mL/hr

Masculino de 16 años, 72 kg, 151 Na

$$\frac{0 - 151}{43.2 + 1} = \frac{151}{44.2} = 3.41$$

1,000 ⟶ 3.41
1,759.5 6

73.3 ml/hr

Femenino de 22años, 68 kg, 148 Na

$$\frac{0 - 148}{34 + 1} = \frac{148}{35} = 4.22$$

1,000 ⟶ 4.22
710.90 ⟶ 3

29.62 ml/hr

$x^2 + y^2 = 25$

Sell

$f'(x) = 2x + 2y$

1) $3x^2 + 2x$

$f'(x) = 6x + 2$

2) $6x^2 + 5x - 2$

$f'(x) = 12x + 5$

3) $2y^3 + 10x - 5$

$f'(x) = 6y^2 + 10 \frac{dy}{dx} = 6x + 10$