UDS

Mi Universidad

Resumen

Michelle Roblero Álvarez

Parcial II

Biomatematicas

Dra. Brenda Paulina Ortiz Solís

Medicina Humana

Segundo Semestre

Comitán de Domínguez, Chis a 1 mayo 2024

DERIVACION IMPLICITA Y DIFERENCIACION LOGARITMICA

La derivada es un concepto fundamental en cálculo y análisis matemático que describe la tasa de cambio instantáneo de una función en un punto dado.

La derivación de una función es un concepto local, donde se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en cierto intervalo.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

A finales del siglo XVII se sintetizaron dos conceptos llamados derivada e integral. La historia de la matemática reconoce que Isaac Newton y Gottfried como los creadores del cálculo diferencial e integral. Ellos desarrollaron reglas para manipular las derivadas (reglas de derivación).

Las derivadas son útiles para:

- Medir la rapidez con el que se produce el cambio de una magnitud o situación.
- Determina la pendiente de la tangente en un punto de una curva.
- Pueden hallar los valores máximos y mínimos de una función y ubicar a través de ella las concavidades de una función.

DERIVADAS IMPLICITAS

Es una derivada de una función en la que la variable dependiente no está expresada de manera explícita en términos de la variable dependiente, es decir, cuando una ecuación relaciona dos o más variables y no es posible despejarla de forma directa, se recurre a la derivada implícita para encontrar la tasa de cambio de esa variable respecto a la otra.

Ejemplo de derivada explicita: $\mathbf{3x^2+4x+9}$

Ejemplo de derivada implícita: $\mathbf{y-3x^2+4x+9=0}$

RELACIÓN ENTRE AMBAS DERIVADAS

La relación entre derivadas explícitas e implícitas es que las derivadas explícitas son expresiones directas de la tasa de cambio de una variable respecto a otra, mientras que las derivadas implícitas son utilizadas cuando no se puede despejar directamente una variable de la ecuación.

EJEMPLOS:

Derivada de una variable

$y = 2 \qquad y' = 0$

Derivada de una constante

$y = x \qquad y' = 1$

$y = 5x \qquad y' = 5$

$y = 5x^{2-1} \qquad y' = 10x$

$y = \sqrt[2]{x} \qquad y' = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = \frac{1}{2}x$

$(x)^{\frac{1}{2}}$

EJERCICIOS

$8(45x^4+2)^3$

$= 32(9x^5+2x-4)^3 \cdot (45x+2)$

$9(50x^4+11)^8$

$= 72(10x^5+11x^2-5)^7 \cdot (50x^4+11)$

$(50x^4+11)$

EJERCICIOS

$10x^2+6x+8 = 20x+6$

$20x^3+7x+8 = 60x^2+7$

$30x^4+3x-1 = 120x^3+3$

cadena $= U^n \rightarrow nU^{n-1} \cdot U'$

Producto

$U \cdot V \rightarrow U' \cdot V + U \cdot V'$

$(2x^2+5x+9)^{n-1}$

$\frac{U}{V} \rightarrow \frac{U' \cdot V + U \cdot V'}{V^2}$

$4(2x^2+5x+9)^3$

$(4x+5)$

$3x^2 \cdot e^{4x^2}$

$6x \cdot e^{8x}$

$6x \cdot 8x$

$\frac{4x^3}{2x-7}$ — y

$\frac{(12x^2 \cdot 2x-7)+(4x3 \cdot 2)}{(2x-7)^2}$

$\frac{24x^2 - 84x^2 + 8x^3}{(2x-7)^2}$

$\frac{32x^3 - 84x^2}{(2x-7)^2}$

$(3x^2+8x)\ (2x+6)$

$(6x+8)\ (2)$

$(3x^2+8x)(2) \cdot (2x+6)(6x+8)$

$(6x^2+16x) + (12x^2+16x+36+48)$

$18x^2+68x+48$

$\frac{3x^2+11x-8}{(5x+7)^2}$

$\frac{(6x \cdot 5x+7)+(3x^2 \cdot 5)}{(5x+7)^2}$

$\frac{45x^2+152x+37}{(5x+7)^2}$

$sen\,x = cos\,x$

$cos\,x = -sen\,x$

$tan\,x = sec^2 x$

$y = sen\ 3x$

$y = cosx\ (3x$

$y = cos\,x\ \ 4x$

$y = tanx\ (4x)$

$y = 3tan^3\ (x^2)$

$y = 3\,tan\,x^3 \cdot (sec^2 x\ (x^2)$

$y = 9\,tanx^2 \cdot Sec2$

$y = Sen^2\ 3x$

$y' = (sen\ 3x)^2$

$y' = 2\ sen\ 3x \cdot (cosx\ (3x))$

$2sen\ 3x \cdot cosx\,(3)$

$6\,sen\ 3x \cdot cosx$

$y = Sen\ 7x^2$

$y' = (sen\,7x)^2$

$y' = 2\,sen\ 7x \cdot (cos\,x\,(7x)$

$2sen\ 7x \cdot cos\,x\ (7)$

$14\ cosx$

$x = \frac{dx}{dx} \cdot 1$ $\qquad$ $y = \frac{dy}{dx} = y'$

$5x^2 = 3y^3$

$10x = 9y^2 \frac{dy}{dx}$

$x^2+3 = 2y+4$

$2x = 2\frac{dy}{dx}$

$5x^2+3 = 2y^3+5$

$10x = 6y^2 \frac{dy}{dx}$

$\frac{10x}{6y^2} = \frac{dy}{dx}$

$4x^2 + 15y = 0$

$8x + 15\frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{8x}{15} = \frac{dy}{dx}$

LOGARITMICAS

$\frac{F'}{F} = \frac{U'}{U} + \frac{V'}{V}$

$F' = F\left(\frac{U'}{U} + \frac{V'}{V}\right)$

DERIVADAS LOGARITMICAS

La derivación logarítmica es una técnica poderosa en el arsenal del cálculo diferencial. Nos permite encontrar la derivada de funciones mediante la aplicación de las propiedades de los logaritmos. Esta técnica es especialmente útil cuando nos enfrentamos a funciones potenciales-exponenciales, donde las manipulaciones algebraicas convencionales pueden volverse complicadas.

Para comprender la derivación logarítmica, primero, consideremos la función $f(x)$f(x) definida como una expresión compleja que involucra logaritmos y funciones exponenciales. Si intentamos diferenciar directamente esta función, podemos encontrarnos con dificultades para simplificar la expresión resultante. Es aquí donde entra en juego la derivación logarítmica.

El primer paso consiste en aplicar el logaritmo natural (ln) a ambas partes de la función $f(x)$f(x). Esto nos permite transformar el producto de funciones en una suma de logaritmos, y el cociente de funciones en una resta de logaritmos. Una vez que hemos expresado $f(x)$f(x) en términos de logaritmos, podemos aplicar las reglas de derivación de logaritmos para simplificar el proceso de diferenciación.

DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

Las derivadas de orden superior son un concepto fundamental en el cálculo diferencial que nos permiten profundizar en el comportamiento de las funciones. Se definen como las segundas, terceras o enésimas derivadas de una función, obtenidas al derivar una función ya derivada. Esta técnica nos proporciona una visión más detallada de cómo cambian las funciones y es especialmente útil en áreas como la física, la ingeniería y la economía. Por ejemplo, al derivar la posición de un objeto en movimiento, obtenemos su velocidad, y al derivar la velocidad, obtenemos la aceleración, lo que nos ayuda a comprender su movimiento en el espacio. Familiarizarse con el vocabulario asociado, como las segundas derivadas \(f"\) o terceras derivadas \(f'''\), es clave para entender este concepto. Las derivadas de orden superior son una herramienta poderosa que nos permite explorar con mayor precisión el comportamiento de las funciones en diversos campos de estudio.

ORDEN DE CAMBIO

Las derivadas de orden de cambio son un concepto fundamental en el cálculo diferencial que nos permiten comprender cómo cambia una función en relación con una variable independiente, ya sea en términos de tiempo u otra variable. Estas derivadas nos dan información sobre la tasa de cambio instantánea de una función en un punto dado.

Para entender las derivadas de orden de cambio, primero consideremos la derivada de primer orden, también conocida como derivada de primera derivada. Esta derivada nos indica la tasa de cambio instantánea de la función en un punto dado. Por ejemplo, si tenemos una función que describe la posición de un objeto en función del tiempo, su derivada de primer orden nos dará la velocidad instantánea del objeto en un momento específico.

Luego, podemos extender este concepto y calcular derivadas de orden superior. La derivada de segundo orden nos da información sobre cómo está cambiando la tasa de cambio de la función en un punto dado, es decir, nos proporciona información sobre la aceleración del cambio. Siguiendo con el ejemplo anterior, la segunda derivada de la función de posición del objeto nos dará la aceleración instantánea del objeto en un momento específico.

Este proceso puede continuar con derivadas de tercer orden, cuarto orden y así sucesivamente, cada una proporcionando información adicional sobre cómo cambia la función en relación con la variable independiente.

D M A

①

$$y = 3y^4 - 2x^2 + x$$
$$y' = 12y^3 - 4x$$
$$y'' = 36y^2 - 4$$
$$y''' = 72y$$
$$y^{(4)} = 72$$
$$y^{(5)} = 0$$

$$f(x) = 15x^4 - 8x^3 + 3x^2$$
$$f'(x) = 60x^3 - 24x^2 + 6x$$
$$f''(x) = 180x^2 - 48x + 6$$
$$f'''(x) = 360x - 48$$

$$f(x) = \frac{dx}{dy} = (-3)^4 - 4(3)^3 - 5(3$$

$$F(x) = 3x^4 - 8x$$
$$F'(x) = 12x^3 - 8$$
$$F''(x) = 36x^2$$
$$F'''(x) = 72x$$

$$F'(x)\,\frac{dx}{dy} = (12)^3 - (12)^2 - (15)^2$$
$$F''(x) \cdot \frac{dx}{dy} = (36)^2 - 24$$
$$F'''(x)\,\frac{dx}{dy} = 42$$

$$y = 4x^5 - 8x^2 + 9x^3 + 10x^2$$
$$y' = 20x^4 - 16x + 27x^2 + 20x$$
$$y'' = 80x^3 - 16 + 54x + 20$$
$$y''' = 240x^2 + 54$$

$$F(x) = \frac{dx}{dy} = (x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 3)$$ 12
$$F'(x) = \frac{dx}{dy} = (-4x^3 - 12x^2 - 10x)$$
$$F''(x) = \frac{dx}{dy} = (-12x^2 - 24x - 10)$$
$$F'''(x) = \frac{dx}{dy} = (-24x - 24)$$

MAXIMO Y MINIMO DE UNA FUNCIÓN

Los máximos y mínimos de una función son puntos críticos donde la función alcanza sus valores más altos (máximos) o más bajos (mínimos), respectivamente. Estos puntos son de gran interés en el análisis de funciones, ya que proporcionan información importante sobre su comportamiento y pueden ser útiles en una variedad de aplicaciones prácticas.

Para identificar los máximos y mínimos de una función, primero debemos encontrar sus puntos críticos. Estos son puntos donde la derivada de la función es cero o no está definida. En estos puntos, la pendiente de la función es horizontal o no existe, lo que indica un posible cambio en la dirección de la función.

Una vez que hemos identificado los puntos críticos, podemos clasificarlos como máximos, mínimos o puntos de inflexión. Para hacer esto, podemos utilizar la segunda derivada de la función. Si la segunda derivada es positiva en un punto crítico, la función tiene un mínimo local en ese punto. Si la segunda derivada es negativa, la función tiene un máximo local en ese punto. Si la segunda derivada es cero o no está definida, el punto puede ser un punto de inflexión o un máximo o mínimo local, dependiendo de otros criterios. Es importante tener en cuenta que los máximos y mínimos pueden ser locales o globales. Un máximo o mínimo local es aquel que es el más alto o el más bajo en un intervalo pequeño alrededor del punto crítico. Un máximo o mínimo global es el más alto o el más bajo en todo el dominio de la función.

Los máximos y mínimos de una función son puntos críticos donde la función alcanza sus valores más altos o más bajos, respectivamente. Para identificar estos puntos, encontramos los puntos críticos y luego utilizamos la segunda derivada para determinar si son máximos o mínimos locales. Estos conceptos son fundamentales en el análisis de funciones y tienen aplicaciones en una variedad de campos, incluyendo matemáticas, ciencias naturales, ingeniería y economía.

BIBLIOGRAFIA:

1. https://www.evidencia.org/index.php/Evidencia/article/view/6922#:~:text=Continuidad%20de%20la%20relaci%C3%B3n,paciente%20y%2Fo%20su%20familia. https://www.resueltoos.com/blog/matematicas/estudio-
2. de�continuidad#:~:text=En%20matem%C3%A1ticas%2C%20la%20continuidad%20de,o%20discontinuidades%20en%20su%20gr%C3%A1fica
3. Porto, J. P., & Gardey, A. (2013, diciembre 3). Razón de cambio. Definición.de; Definicion.de. https://definicion.de/razon-de-cambio/